UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso 2019-2020 Extraordinaria
MATERIA: MATEMÁTICAS CIENCIAS SOCIALES

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada pregunta se calificará sobre 2 puntos.

A.1. (2 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 5a \\ a & 3 \end{pmatrix}$ con $a \in \mathbb{R}$.

a) Determine los valores del parámetro a para los que se verifica la igualdad $A^2 - 5A = -I$, donde I es la matriz identidad.
b) Calcule A^{-1} para $a = -1$.

A.2. (2 puntos) Un vivero elabora dos tipos de sustratos. Para elaborar 1 m^3 del tipo A necesita 60 kg de tierra vegetal y 30 horas de trabajo. Para elaborar 1 m^3 del tipo B necesita 50 kg de tierra vegetal y 50 horas de trabajo. El vivero dispone como máximo de 21000 kg de tierra vegetal y 15000 horas de trabajo. Además, la cantidad de metros cúbicos que elabora de tipo A debe ser como mucho cinco veces la cantidad de tipo B. Por la venta de cada metro cúbico de tipo A obtiene un beneficio de 50 € y 60 € por cada metro cúbico de tipo B.
a) Represente la región del plano determinada por las restricciones anteriores y determine las coordenadas de sus vértices.
b) Determine cuántos metros cúbicos de cada tipo deben elaborarse para, respetando las restricciones anteriores, maximizar el beneficio. Obtenga el valor del beneficio máximo.

A.3. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6x}{2x^2+1} & \text{si} \quad x < 1 \\ 2m + \ln x & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

a) Estudie los valores del parámetro $m \in \mathbb{R}$ para que f(x) sea continua en x = 1 y calcule la derivada de la función para x < 1.
b) Halle el área de la región del plano limitada por la curva y = f(x), las rectas x = −1 y x = 0 y el eje 0X.

A.4. (2 puntos) Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que: $P(A/B) = 1/4$, $P(B) = 1/6$, $P(A) = 2/3$. Calcule:
a) $P(A \cup \overline{B})$.
b) $P(\overline{A} \cap B) \cup P(\overline{B} \cap A)$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

A.5. (2 puntos) El peso de una patata, en gramos (g), de una remesa que llega a un mercado se puede aproximar por una variable aleatoria X con distribución normal de media μ y desviación típica σ = 60 g.
a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor que 20 g, con un nivel de confianza del 95 %.
b) Suponiendo que se selecciona una muestra aleatoria simple de tamaño n = 100, calcule el valor de la media μ para que P(X ≤ 220) = 0, 9940.

B.1. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{r} x - ay = 1 \\ ax - 4y - z = 2 \\ 2x + ay - z = a - 4 \end{array}\right\}$$

a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a.
b) Resuelva el sistema para a = 3.

B.2. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \dfrac{ax^2 - 3}{x^2 - 5}$

a) Calcule el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que f(x) tenga una asíntota horizontal en y = −1.
b) Para a = 1, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x) y los extremos relativos, si existen.

B.3. (2 puntos) Dada la función real de variable real $f(x) = e^{2x} + x$

a) Determine la ecuación de la recta tangente a f(x) en x = 0.

b) Calcule $\int_0^1 f(x)\,dx$

B.4. (2 puntos) En un instituto se decide que los alumnos y alumnas solo pueden utilizar un único color (azul o negro) al realizar los exámenes. Dos de cada tres exámenes están escritos en azul. La probabilidad de que un examen escrito en azul sea de una alumna es de 0,7. La probabilidad de que un examen esté escrito en negro y sea de un alumno es 0,2. Se elige un examen al azar. Determine la probabilidad de que
a) Sea el examen de un alumno.
b) Sabiendo que está escrito en negro, sea de un alumno.

B.5. (2 puntos) Una persona se ha propuesto salir a caminar todos los días realizando el mismo recorrido y cronometrando el tiempo que tarda en completarlo. El tiempo que está caminando por este recorrido puede aproximarse por una variable aleatoria con distribución normal cuya desviación típica es 10 minutos.
a) Utilizando la información de una muestra aleatoria simple, se ha obtenido el intervalo de confianza (26,9 , 37,1), expresado en minutos, para estimar el tiempo medio que tarda en realizar el recorrido, μ, con un nivel de confianza del 98,92 %. Obtenga el tamaño de la muestra elegida y el valor de la media muestral.
b) Si el tiempo medio para completar el recorrido es μ = 30 minutos, calcule la probabilidad de que, en una muestra de 16 días elegidos al azar, esta persona tarde entre 25 y 35 minutos de media para completar el recorrido.

SOLUCIONES

A.1. (2 puntos) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}2 & 5a\\ a & 3\end{pmatrix}$ con $a\in\mathbb{R}$.

a) Determine los valores del parámetro a para los que se verifica la igualdad $A^2 - 5A = -I$, donde I es la matriz identidad.
b) Calcule A^{-1} para $a = -1$.

a) $A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 5a\\ a & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 5a\\ a & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+5a^2 & 25a\\ 5a & 5a^2+9\end{pmatrix}$

$A^2-5A=-I$

$$\begin{pmatrix}4+5a^2 & 25a\\ 5a & 5a^2+9\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}10 & 25a\\ 5a & 15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}5a^2-6 & 0\\ 0 & 5a^2-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

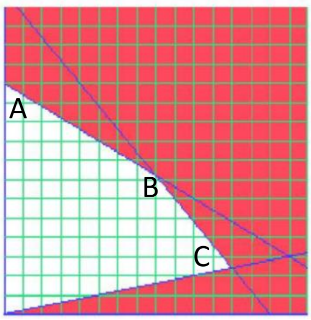
$5a^2-6=-1\ \Rightarrow\ 5a^2=5\ \Rightarrow \boxed{a=\pm 1}$

b)

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\left[Adj(A)\right]^t\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}Adj(A)=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow\left[Adj(A)\right]^t=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 1 & 2\end{pmatrix}\\ |A|=\begin{vmatrix}2 & -5\\ -1 & 3\end{vmatrix}=6-5=1\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{A^{-1}=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 1 & 2\end{pmatrix}}$$

A.2. (2 puntos) Un vivero elabora dos tipos de sustratos. Para elaborar 1 m^3 del tipo A necesita 60 kg de tierra vegetal y 30 horas de trabajo. Para elaborar 1 m^3 del tipo B necesita 50 kg de tierra vegetal y 50 horas de trabajo. El vivero dispone como máximo de 21000 kg de tierra vegetal y 15000 horas de trabajo. Además, la cantidad de metros cúbicos que elabora de tipo A debe ser como mucho cinco veces la cantidad de tipo B. Por la venta de cada metro cúbico de tipo A obtiene un beneficio de 50 € y 60 € por cada metro cúbico de tipo B.
a) Represente la región del plano determinada por las restricciones anteriores y determine las coordenadas de sus vértices.
b) Determine cuántos metros cúbicos de cada tipo deben elaborarse para, respetando las restricciones anteriores, maximizar el beneficio. Obtenga el valor del beneficio máximo.

a) Restricciones: $\left\{\begin{array}{l}60x+50y\le 21000\\ 30x+50y\le 15000\\ x\le 5\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{array}\right.$



Función objetivo: $B(x,y)=50x+60y$

Vértices de la región factible:

$$A:\left\{\begin{array}{l}x=0\\ y=300\end{array}\right\}\ (0,300)\qquad B:\left\{\begin{array}{l}3x+5y=1500\\ 6x+5y=2100\end{array}\right\}\ (200,180)\qquad C:\left\{\begin{array}{l}x=5y\\ 6x+5y=2100\end{array}\right\}\ (60,300)$$

Evaluamos la función coste B(x, y) = 50x + 60y en los vértices de la región factible obtenidos:

$$B(0,300)=0+180.000=180.000€$$
$$B(200,180)=10.000+10.800=20.800€$$
$$B(300,60)=15.000+3.600=18.600€$$

El máximo beneficio es 20.800 euros y se obtiene elaborando 200 m^3 de sustratos de tipo A y 180 m^3 de sustratos de tipo B.

A.3. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{6x}{2x^2+1} & \text{si} \quad x<1\\ 2m+\ln x & \text{si} \quad x\geq 1\end{cases}$$

a) Estudie los valores del parámetro $m \in \mathbb{R}$ para que f(x) sea continua en x = 1 y calcule la derivada de la función para x < 1.
b) Halle el área de la región del plano limitada por la curva y = f(x), las rectas x = −1 y x = 0 y el eje 0X.

a) Para que la función sea continua en x = 1 necesitamos que coincidan los límites laterales:

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{6x}{2x^2+1}=\dfrac{6}{3}=2\\ \lim\limits_{x\to 1^+} 2m+\ln x=2m\end{array}\right\}2=2m\ \Rightarrow \boxed{m=1}$$

$$f(x)=\frac{6x}{2x^2+1}\quad \text{si} \quad x<1\ \Rightarrow\ f'(x)=\frac{6(2x^2+1)-6x(4x)}{(2x^2+1)^2}=\frac{-12x^2+6}{(2x^2+1)^2}\quad \boxed{f'(x)=\frac{-12x^2+6}{(2x^2+1)^2}}$$

b) Estudiamos el signo de la función entre x=-1 y x=0 y vemos que es negativa en ese intervalo por lo que el área pedida es:

$$A=\int_{-1}^{0}\frac{6x}{2x^2+1}dx=-\frac{6}{4}\int_{-1}^{0}\frac{4x}{2x^2+1}dx=-\frac{3}{2}\Big[\ln\left|2x^2+1\right|\Big]_{-1}^{0}=-\frac{3}{2}(\ln 1-\ln 3)=\frac{3}{2}\ln 3\ u^2\quad \boxed{A=\frac{3}{2}\ln 3\ u^2}$$

A.4. (2 puntos) Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que: $P(A/B)=1/4$, $P(B)=1/6$, $P(A)=2/3$. Calcule:

a) $P(A\cup\overline{B})$.

b) $P(\overline{A}\cap B)\cup P(\overline{B}\cap A)$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

academia@abitaulapinar.com
www.abitaulapinar.com

C/ Jazmín, 29 (Pinar de Chamartín)
91.056.80.48 / 622.92.94.25

a) $P(A\cup\bar{B})=P(A)+P(\bar{B})-P(A\cap\bar{B})$

Para conseguir $P(A\cap\bar{B})$ sabemos que $P(A\cap\bar{B})=P(A)-P(A\cap B)$

Para conseguir $P(A\cap B)$ sabemos que $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

Luego: $P(A\cap B)=P(A/B)\cdot P(B)=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{24}$

$$P(A\cap\bar{B})=P(A)-P(A\cap B)=\frac{2}{3}-\frac{1}{24}=\frac{5}{8}$$

$$P(A\cup\bar{B})=P(A)+P(\bar{B})-P(A\cap\bar{B})=\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{5}{8}=\frac{7}{8} \quad \boxed{P(A\cup\bar{B})=\frac{7}{8}}$$

$$P(R)=P(A)\cdot P(R/A)+P(B)\cdot P(R/B)+P(C)\cdot P(R/C)=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot 0=\frac{2}{9}+\frac{1}{6}=\frac{7}{18} \quad \boxed{P(R)=\frac{7}{18}}$$

b) $P(\bar{A}\cap B)\cup P(\bar{B}\cap A)=P(\bar{A}\cap B)+P(\bar{B}\cap A)$

$$P(A\cap\bar{B})=P(A)-P(A\cap B)=\frac{2}{3}-\frac{1}{24}=\frac{5}{8}$$

$$P(\bar{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{6}-\frac{1}{24}=\frac{1}{8}$$

Luego $P(\bar{A}\cap B)\cup P(\bar{B}\cap A)=P(\bar{A}\cap B)+P(\bar{B}\cap A)=\dfrac{5}{8}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{3}{4}$ $\quad \boxed{P(\bar{A}\cap B)\cup P(\bar{B}\cap A)=\dfrac{3}{4}}$

A.5. (2 puntos) El peso de una patata, en gramos (g), de una remesa que llega a un mercado se puede aproximar por una variable aleatoria X con distribución normal de media μ y desviación típica σ = 60 g.

a) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ sea menor que 20 g, con un nivel de confianza del 95 %.

b) Suponiendo que se selecciona una muestra aleatoria simple de tamaño n = 100, calcule el valor de la media μ para que P(X ≤ 220) = 0, 9940.

a) $1-\alpha=0{,}95 \;\Rightarrow\; \alpha=0{,}05 \;\Rightarrow\; \alpha/2=0{,}025 \;\Rightarrow\; 1-\alpha/2=0{,}975 \;\Rightarrow\; Z_{\alpha/2}=1{,}96$

$$\left.\begin{array}{l} E=Z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ E<20 \end{array}\right\} \Rightarrow Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<20 \;\Rightarrow\; n\geq\left(Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{20}\right)^2\geq\left(1{,}96\cdot\frac{60}{20}\right)^2\geq 34{,}57 \;\Rightarrow\; \boxed{n=35}$$

b)

$$P(X\leq 220)=0{,}994 \;\Rightarrow\; P\left(Z\leq\frac{220-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)=0{,}994 \;\Rightarrow\; P\left(Z\leq\frac{220-\mu}{60/\sqrt{100}}\right)=0{,}994 \;\Rightarrow\; \frac{220-\mu}{6}=2{,}535$$

$$\boxed{\mu=204{,}79}$$

B.1. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{r} x-ay=1 \\ ax-4y-z=2 \\ 2x+ay-z=a-4 \end{array}\right\}$$

a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a.
b) Resuelva el sistema para a = 3.

a) $A\begin{pmatrix} 1 & -a & 0 \\ a & -4 & -1 \\ 2 & a & -1 \end{pmatrix} \qquad A^{*}\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -a & 0 & 1 \\ a & -4 & -1 & 2 \\ 2 & a & -1 & a-4 \end{array}\right)$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & -a & 0 \\ a & -4 & -1 \\ 2 & a & -1 \end{vmatrix}=4+2a+a-a^2$$

$$|A|=0 \;\Rightarrow\; 4+2a+a-a^2=0 \;\Rightarrow\; -a^2+3a+4=0 \;\Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=4 \end{cases}$$

Establecemos tres casos:

• CASO 1: $a \neq -1$ y $a \neq 4$
En este caso el determinante es no nulo y el rango de A es 3, al igual que el rango de la matriz ampliada y el número de incógnitas. El sistema tiene una única solución. Es compatible determinado.

• CASO 2: $a = -1$
En este caso el determinante es nulo. El rango de A no es 3. $\text{Rango}(A)\leq 2$

$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ Si tomamos el menor que resulta de quitar la 3ª fila y la 3ª columna $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ con determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}=5\neq 0$ El rango de A es 2.

Averiguamos el rango de A^* para a=-1: $A^*=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -4 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & -5 \end{array}\right)$

Ampliamos el determinante 2x2 que hemos cogido antes con la columna nueva de la ampliada y comprobamos si da o no da 0:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & -5 \end{vmatrix}=20+4+1+8+2-5\neq 0 \;\Rightarrow \text{Rango}(A^{*})=3$$

El rango de A es 2, y el de A^{*} es 3, al no coincidir los rangos es un sistema incompatible.

• CASO 3: a =4

En este caso el determinante es nulo. El rango de A no es 3. $\text{Rango}(A) \le 2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 4 & -4 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Tomamos el menor que resulta de quitar la 3ª fila y la 3ª columna

$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ con determinante $\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} = -4 + 16 \ne 0$ El rango de A es 2.

Averiguamos el rango de A^* para a = -1 $A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \end{array}\right)$

Ampliamos el determinante 2x2 que hemos cogido antes con la columna nueva de la ampliada y comprobamos si da o no da 0:

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 4 & -4 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = -16 + 16 + 8 - 8 = 0$$

El rango de A es 2, y coincide con el de la ampliada, pero es menor que el número de incógnitas por lo que es sistema es <u>compatible indeterminado</u>.

b) Para a = 3 el sistema es compatible determinado: $\left.\begin{array}{r} x - 3y = 1 \\ 3x - 4y - z = 2 \\ 2x + 3y - z = -1 \end{array}\right\}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 3 & -4 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & -4 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 4 - 3 + 3 - 6 = -2 \;\Rightarrow\; x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 2 - 1 + 3 = -2 \;\Rightarrow\; y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 4 + 9 - 12 + 8 - 6 - 9 = -6 \;\Rightarrow\; z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

La solución es $\boxed{x = -1/2,\ y = -1/2,\ z = -3/2}$

B.2. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x)=\dfrac{ax^2-3}{x^2-5}$

a) Calcule el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que f(x) tenga una asíntota horizontal en y = −1.

b) Para a = 1, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x) y los extremos relativos, si existen.

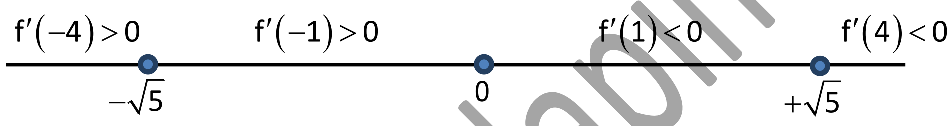
a) Como la asíntota horizontal se calcula haciendo el límite tendiendo a infinito, lo calculamos y lo igualamos a -1.

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^2-3}{x^2-5}=a \quad\Rightarrow\quad a=-1 \quad \boxed{a=-1}$$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero para sacar los posibles máximos y mínimos:

$$f(x)=\frac{x^2-3}{x^2-5} \quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{2x(x^2-5)-2x(x^2-3)}{(x^2-5)^2}=\frac{-4x}{(x^2-5)^2}$$

$$f'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad -4x=0 \quad\Rightarrow\quad x=0$$



Por tanto, f es decreciente en $(0,\sqrt{5})\cup(\sqrt{5},+\infty)$ y creciente en $(-\infty,-\sqrt{5})\cup(-\sqrt{5},0)$

La función tiene un máximo en $(0,3/5)$.

B.3. (2 puntos) Dada la función real de variable real $f(x)=e^{2x}+x$

a) Determine la ecuación de la recta tangente a f(x) en x = 0.

b) Calcule $\int_0^1 f(x)dx$

a) La ecuación de la recta tangente es: $y-y_0=m(x-x_0)$

$$f(x)=e^{2x}+x \quad\Rightarrow\quad f'(x)=2e^{2x}+1$$

$$y_0=f(0)=e^0=1$$

$$m=f'(0)=2e^0+1=3$$

Sustituimos en la ecuación: $y-1=3(x-0) \quad\Rightarrow y=3x+1$

b) $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 (e^{2x}+x)dx=\int_0^1 e^{2x}dx+\int_0^1 xdx=\frac{1}{2}\int_0^1 2e^{2x}dx+\int_0^1 xdx=\left[\frac{1}{2}e^{2x}+\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\frac{1}{2}e^2$

$$\boxed{I=\frac{1}{2}e^2}$$

B.4. (2 puntos) En un instituto se decide que los alumnos y alumnas solo pueden utilizar un único color (azul o negro) al realizar los exámenes. Dos de cada tres exámenes están escritos en azul. La probabilidad de que un examen escrito en azul sea de una alumna es de 0,7. La probabilidad de que un examen esté escrito en negro y sea de un alumno es 0,2. Se elige un examen al azar. Determine la probabilidad de que
a) Sea el examen de un alumno.
b) Sabiendo que está escrito en negro, sea de un alumno.

Denotamos Az: azul, Ne: Negro, a: chica, o: chico:

$$P(Az)=\frac{2}{3} \qquad P(a/Az)=0,7 \qquad P(Ne\cap o)=0,2$$

$$P(a/Az)=\frac{P(a\cap Az)}{P(Az)} \Rightarrow \frac{7}{10}=\frac{P(a\cap Az)}{2/3} \Rightarrow P(a\cap Az)=\frac{7}{10}\cdot\frac{2}{3}=\frac{7}{15}$$

$$P(Az)=\frac{2}{3}=\frac{10}{15} \qquad P(a/Az)=0,7 \qquad P(Ne\cap o)=0,2=\frac{2}{10}=\frac{30}{150}=\frac{3}{15}$$

	Azul	Negro	
Alumno		3	
Alumna	7		
	10		15

Sacamos por diferencia las casillas que faltan:

	Azul	Negro	
Alumno	**3**	3	**6**
Alumna	7	**2**	**9**
	10	**5**	15

a) $P(o)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ $\boxed{P(o)=\frac{2}{5}}$

b) $P(o/Ne)=\frac{3}{15}$ $\boxed{P(o/Ne)=\frac{3}{15}}$

B.5. (2 puntos) Una persona se ha propuesto salir a caminar todos los días realizando el mismo recorrido y cronometrando el tiempo que tarda en completarlo. El tiempo que está caminando por este recorrido puede aproximarse por una variable aleatoria con distribución normal cuya desviación típica es 10 minutos.
a) Utilizando la información de una muestra aleatoria simple, se ha obtenido el intervalo de confianza (26,9 , 37,1), expresado en minutos, para estimar el tiempo medio que tarda en realizar el recorrido, μ, con un nivel de confianza del 98,92 %. Obtenga el tamaño de la muestra elegida y el valor de la media muestral.
b) Si el tiempo medio para completar el recorrido es μ = 30 minutos, calcule la probabilidad de que, en una muestra de 16 días elegidos al azar, esta persona tarde entre 25 y 35 minutos de media para completar el recorrido.

$\sigma = 10 \text{ min} \quad I.C. = (26{,}9 \ , \ 37{,}1) \quad 1-\alpha = 98{,}92\ \%$

a)

$$\left.\begin{array}{l} I.C. = (\overline{X}-E \ , \ \overline{X}+E) \\ I.C. = (26{,}9 \ , \ 37{,}1) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \overline{X}-E = 26{,}9 \\ \overline{X}+E = 37{,}1 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema y obtenemos $\overline{X} = 32$ y $E = 5{,}1$.

$$E = Z_{1/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(Z_{1/2}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2 = \left(2{,}55\cdot\frac{10}{5{,}1}\right)^2 = 25 \qquad \boxed{n = 25}$$

b) $$P(25 < x < 35) = P\left(\frac{25-30}{10/\sqrt{16}} < Z < \frac{35-30}{10/\sqrt{16}}\right) = P(-2 < Z < 2) = P(Z<2) - P(Z<-2) =$$

$$= P(Z<2) - [1 - P(Z<2)] = 0{,}9772 - 1 + 0{,}9772 = 0{,}9544 \qquad \boxed{P = 0{,}9544}$$

academia@abitaulapinar.com
www.abitaulapinar.com
abitaulapinar.com
C/ Jazmín, 29 (Pinar de Chamartín)
91.056.80.48 / 622.92.94.25