UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso 2019-2020 Extraordinaria
MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Todas las preguntas se calificarán sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

A.1 (2 puntos). Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de 1,83 g cm^{-3} y un radio de 2410 km, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16,89 días.

a) Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.

b) Obtenga la energía cinética y la mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor del planeta.

Datos: Constante de Gravitación Universal, G=6,67 10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}; Masa de Júpiter: M_{Jup} =1,90·10^{27} kg.

A.2 (2 puntos). Un violín emite ondas sonoras con una potencia de 5·10^{-3} W cuando se toca la nota Fa de 698 Hz.

a) Indique razonadamente si la onda es longitudinal o transversal y obtenga su longitud de onda.

b) Calcule el nivel de intensidad sonora que percibe un oyente situado a 20 m generado por 15 violines de una orquesta tocando al unísono.

Datos: Intensidad umbral de audición, I_0=10^{-12}Wm^{-2}; Velocidad del sonido en el aire, v_s=340 ms^{-1}.

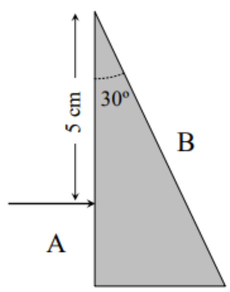
A.3 (2 puntos). Dos cargas eléctricas puntuales A y B de valores q_A = +5 nC y q_B = -5 nC, están situadas en el plano xy en las posiciones (-4, 0) cm y (4, 0) cm, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:

a) El origen de coordenadas.

b) El punto del plano (0, 3) cm.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, K = 9·10^9 Nm^{2}C^{-2}.

A.4 (2 puntos). Sobre la cara A de un prisma de material transparente incide perpendicularmente desde el aire un rayo de luz a una distancia de 5 cm desde el vértice superior, cuyo ángulo es de 30º (ver figura).



a) Calcule el tiempo que tarda el rayo en alcanzar la cara B, y el ángulo de emergencia al aire a través de dicha cara, si el material es un vidrio con un índice de refracción de 1,5.

b) ¿Emergerá el rayo por la cara B si el prisma es de diamante, cuyo índice de refracción es de 2,5? Razone la respuesta.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, c = 3·10^8 ms^{-1}; Índice de refracción del aire, n_{aire} = 1.

A.5 (2 puntos). Para obtener imágenes del corazón se utiliza el isótopo ^{201}Tl del talio, que emite rayos gamma tras su desintegración, con un período de semidesintegración de 3,04 días. Para una correcta visualización de los tejidos cardíacos se recomienda inyectar una dosis de 0,9 MBq kg^{-1}.

a) Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de ^{201}Tl, expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.

b) Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.

Datos: Número de Avogrado, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; Masa atómica del ^{201}Tl, $M_A = 201$ u.

B.1 (2 puntos). La sonda espacial Mars Reconnaissance Orbiter consiguió en septiembre de 2006 situarse en una órbita circular en torno al planeta Marte a 290 km de altura sobre la superficie para realizar un mapeo de su superficie. Tras utilizar combustible en la maniobra de aproximación, la sonda actualmente tiene una masa de 1031 kg.

a) Halle el periodo de revolución de la sonda espacial y su velocidad orbital alrededor de Marte.

b) Obtenga la energía mínima necesaria que habría que suministrar al satélite para que escape del campo gravitatorio marciano.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}; Masa de Marte, $M_{Marte} = 6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg; Radio de Marte, $R_{Marte} = 3{,}39 \cdot 10^6$m.

B.2 (2 puntos). Un oscilador armónico de frecuencia 1000 Hz genera en una cuerda una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x, con una longitud de onda de 1,5 m. La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es de 100 ms^{-1}. Además, para un punto de la cuerda situado en x = 0 m y en el instante t = 600 μs, la elongación de la onda es de 1 cm y su velocidad de oscilación es positiva.

a) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de la onda.

b) Halle la fase inicial y escriba la expresión matemática que representa dicha onda.

B.3 (2 puntos). Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano xy, está inmersa en el seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje z. Calcule, para el instante t = 7 ms, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:

a) El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).

b) El módulo del campo magnético es constante e igual a B = 8 mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 $rads^{-1}$, alrededor del eje y.

B.4 (2 puntos). Determine las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de una lente convergente de potencia 2,5 dioptrías para que el tamaño de la imagen formada por la lente sea:

a) Derecha y el doble que el tamaño del objeto.

b) Invertida y la mitad del tamaño del objeto. Indique, en cada caso, la naturaleza de la imagen y realice el trazado de rayos correspondiente.

B.5 (2 puntos). Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúan a 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel y el fundamental.

a) Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción (transición $1 \rightarrow 3$).

b) Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición $2 \rightarrow 1$) y la potencia del láser si se emiten $2 \cdot 10^{16}$ fotones/s.

Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ ms^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C.

SOLUCIONES

A.1 (2 puntos). Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de 1,83 g cm^{-3} y un radio de 2410 km, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16,89 días.
a) Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.
b) Obtenga la energía cinética y la mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor del planeta.
Datos: Constante de Gravitación Universal, G=6,67 10^{-11} Nm^2kg^{-2}; Masa de Júpiter: M_{Jup} =1,90·10^{27} kg.

a) Para calcular la masa del satélite, utilizamos la densidad y su radio:

$$d = 1{,}83\frac{g}{cm^3}\cdot\frac{1Kg}{1000g}\cdot\frac{10^6 cm^3}{1m^3} = 1830\frac{Kg}{m^3}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(2.41\cdot 10^6\right)^3 = 5{,}863\cdot 10^{19} m^3$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d\cdot V = 1830\cdot 5{,}863\cdot 10^{19} = 1{,}073\cdot 10^{23} Kg \quad \boxed{m = 1{,}073\cdot 10^{23} Kg}$$

De la segunda ley de Newton y de la ley de gravitación:

$$g = G\frac{M_{cal}}{R_{cal}^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{1{,}073\cdot 10^{23}}{\left(2{,}41\cdot 10^6\right)^2} = 1{,}232\ m/s^2 \quad \boxed{g = 1{,}23\ m/s^2}$$

b) Calculamos primero el radio de la órbita circular, teniendo en cuenta que la fuerza centrípeta es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$F_{cp} = F_g \Rightarrow m_{cal}\frac{v^2}{r} = G\frac{M_{jup}\cdot m_{cal}}{r^2} \Rightarrow v^2 = G\frac{M_{jup}}{r}$$

Para una órbita circular se tiene: $v = \frac{2\pi r}{T}$

Combinando las dos expresiones anteriores se obtiene (con T = 16,89 días = 1459296 s):

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G\frac{M_{jup}}{r} \Rightarrow r^3 = G\frac{M_{jup}T^2}{4\pi^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{1{,}9\cdot 10^{27}\left(1459296\right)^2}{4\pi^2} = 6{,}836\cdot 10^{27}$$

$$r = \sqrt[3]{6{,}836\cdot 10^{27}} = 1{,}897\cdot 10^9 m \quad \boxed{r = 1{,}897\cdot 10^9 m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi 1{,}897\cdot 10^9}{1459296} = 8{,}17\cdot 10^3 m/s \quad \boxed{v = 8{,}17\cdot 10^3 m/s}$$

La energía cinética y la energía mecánica vienen dadas por:

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 1{,}073\cdot 10^{23}\left(8{,}17\cdot 10^3\right)^2 = 3{,}57\cdot 10^{30} J \quad \boxed{Ec = 3{,}58\cdot 10^{30} J}$$

$$Em = -G\frac{M_{jup}m_{cal}}{2r} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{1{,}9\cdot 10^{27}\cdot 1{,}073\cdot 10^{23}}{2\cdot 1{,}87\cdot 10^9} = -3{,}58\cdot 10^{30} J \quad \boxed{Ec = 3{,}57\cdot 10^{30} J}$$

A.2 (2 puntos). Un violín emite ondas sonoras con una potencia de $5\cdot10^{-3}$ W cuando se toca la nota Fa de 698 Hz.
a) Indique razonadamente si la onda es longitudinal o transversal y obtenga su longitud de onda.
b) Calcule el nivel de intensidad sonora que percibe un oyente situado a 20 m generado por 15 violines de una orquesta tocando al unísono.
Datos: Intensidad umbral de audición, $I_0=10^{-12}$ Wm^{-2}; Velocidad del sonido en el aire, $v_s=340$ ms^{-1}.

a) Las ondas sonoras son longitudinales, pues la dirección de oscilación (variaciones de presión o densidad) coincide con la dirección de propagación de la onda.

La longitud de onda es: $\lambda=\frac{v_p}{f}=\frac{340}{698}=0{,}487\text{m}$ $\quad\boxed{\lambda=0{,}487\text{m}}$

b) La potencia de 15 violines es: $P_{15\text{ violines}}=15\cdot P_{1\text{ violín}}15\cdot5\cdot10^{-3}=0{,}075\text{ W}$

La intensidad de la onda producida por los 15 violines a 20 m será:

$$P=I\cdot S\ \Rightarrow\ I=\frac{P}{S}=\frac{0{,}075}{4\pi(20)^2}=1{,}49\cdot10^{-5}\ \text{W/m}^2$$

De donde el nivel de intensidad sonora se calcula como:

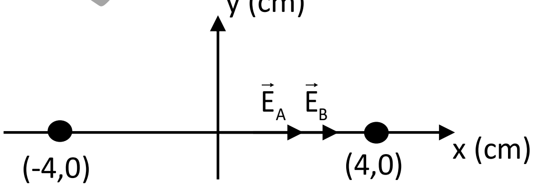
$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}=10\log\frac{1{,}4925\cdot10^{-5}}{10^{-12}}=71{,}7\text{ dB}\quad\boxed{\beta=71{,}7\text{ dB}}$$

A.3 (2 puntos). Dos cargas eléctricas puntuales A y B de valores q_A = +5 nC y q_B = -5 nC, están situadas en el plano xy en las posiciones (-4, 0) cm y (4, 0) cm, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:
a) El origen de coordenadas.
b) El punto del plano (0, 3) cm.
Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ Nm^2C^{-2}.

a) Por el principio de superposición:

$$V_T(0,0)=V_A+V_B=K\frac{q_A}{d_A}+K\frac{q_B}{d_B}=9\cdot10^9\left(\frac{5\cdot10^{-9}}{4\cdot10^{-2}}-\frac{5\cdot10^{-9}}{4\cdot10^{-2}}\right)=0\quad\boxed{V_T(0,0)=0\text{V}}$$

El campo eléctrico es la suma de ambos campos y tiene la dirección y sentido del eje x positivo:



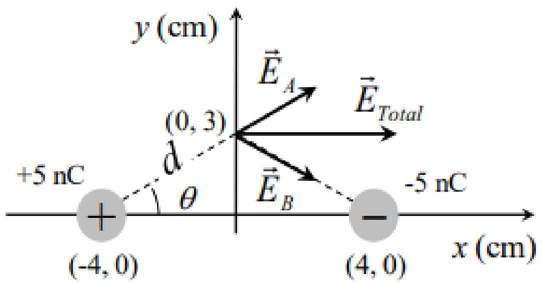
$$\vec{E}_T(0,0)=\vec{E}_A+\vec{E}_B=K\frac{q_A}{d_A^2}\vec{i}+K\frac{q_B}{d_B^2}\vec{i}$$

$$\vec{E}_T(0,0)=9\cdot10^9\left(\frac{5\cdot10^{-9}}{(4\cdot10^{-2})^2}\vec{i}+\frac{5\cdot10^{-9}}{(4\cdot10^{-2})^2}\vec{i}\right)=5{,}625\cdot10^4\,\vec{i}\ \text{ N/C}\quad\boxed{\vec{E}_T(0,0)=5{,}625\cdot10^4\,\vec{i}\ \text{ N/C}}$$

b) La distancia de las cargas al punto será: $d=\sqrt{3^2+4^2}=5\ \text{cm}$

$$V_T(0,3)=V_A+V_B=K\frac{q_A}{d_A}+K\frac{q_B}{d_B}=9\cdot 10^9\left(\frac{5\cdot 10^{-9}}{5\cdot 10^{-2}}-\frac{5\cdot 10^{-9}}{5\cdot 10^{-2}}\right)=0 \quad \boxed{V_T(0,3)=0V}$$

En el punto (0, 3) cm, el campo tiene la dirección que se muestra en la figura, en la que se aprecia que las componentes y se anulan y únicamente quedan las componentes x.



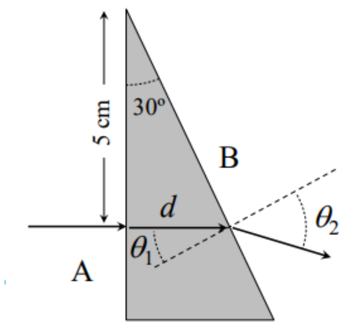
$$\vec{E}_T(0,3)=\vec{E}_{Ax}+\vec{E}_{Bx}=K\frac{q_A}{d_A^2}\cos\alpha\,\vec{i}+K\frac{q_B}{d_B^2}\cos\alpha\,\vec{i}=9\cdot 10^9\left(\frac{5\cdot 10^{-9}}{\left(5\cdot 10^{-2}\right)^2}\frac{4}{5}\vec{i}+\frac{5\cdot 10^{-9}}{\left(4\cdot 10^{-2}\right)^2}\frac{4}{5}\vec{i}\right)=2{,}88\cdot 10^4\,\vec{i}\quad N/C$$

$$\boxed{\vec{E}_T(0,3)=2{,}88\cdot 10^4\,\vec{i}\quad N/C}$$

A.4 (2 puntos). Sobre la cara A de un prisma de material transparente incide perpendicularmente desde el aire un rayo de luz a una distancia de 5 cm desde el vértice superior, cuyo ángulo es de 30º (ver figura).
a) Calcule el tiempo que tarda el rayo en alcanzar la cara B, y el ángulo de emergencia al aire a través de dicha cara, si el material es un vidrio con un índice de refracción de 1,5.
b) ¿Emergerá el rayo por la cara B si el prisma es de diamante, cuyo índice de refracción es de 2,5? Razone la respuesta.
Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot 10^8\ ms^{-1}$; Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.

a) Según la figura, la distancia recorrida por el rayo desde la cara A a la cara B viene dada por:

$d=5\cdot\tan 30^0=2{,}89\ \text{cm}$



Necesitamos la velocidad de la luz en el vidrio: $n=\dfrac{c}{v_p}\Rightarrow v_p=\dfrac{c}{n}=\dfrac{3\cdot 10^8}{1{,}5}=2\cdot 10^8\ \ m/s$

El tiempo que tarda el rayo en recorrer esa distancia es:

$$d = v_p \cdot t \;\Rightarrow\; t = \frac{d}{v_p} = \frac{0{,}02886}{2 \cdot 10^8} = 1{,}443 \cdot 10^{-10}\,s \quad \boxed{t = 1{,}443 \cdot 10^{-10}\,s}$$

De la figura puede deducirse que el ángulo θ_1 es igual a 30º (por ejemplo, teniendo en cuenta que el rayo incidente y la normal son perpendiculares a la cara A y la B, respectivamente). El ángulo de refracción se calcula a través de la ley de Snell:

$$n_{vidrio} \cdot \operatorname{sen}\hat{i} = n_{aire} \cdot \operatorname{sen}\hat{r} \;\Rightarrow\; 1{,}5 \cdot \operatorname{sen}30 = 1 \cdot \operatorname{sen}\hat{r} \;\Rightarrow\; \operatorname{sen}\hat{r} = 3/4 \;\Rightarrow\; \hat{r} = 48{,}59^0 \quad \boxed{\hat{r} = 48{,}59^0}$$

b) Aplicando la ley de Snell se obtiene que:

$$n_{diamante} \cdot \operatorname{sen}\theta_1 = n_{aire} \cdot \operatorname{sen}\theta_2 \;\Rightarrow\; \operatorname{sen}\theta_2 = 1{,}25$$

Lo cual indica que es imposible la existencia de rayo refractado, por lo que el rayo sufrirá reflexión total en la cara B, y no emergerá al aire.

A.5 (2 puntos). Para obtener imágenes del corazón se utiliza el isótopo ^{201}Tl del talio, que emite rayos gamma tras su desintegración, con un período de semidesintegración de 3,04 días. Para una correcta visualización de los tejidos cardíacos se recomienda inyectar una dosis de 0,9 MBq kg^{-1}.
a) Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de ^{201}Tl, expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.
b) Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.
Datos: Número de Avogrado, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; Masa atómica del ^{201}Tl, $M_A = 201$ u.

a) La vida media y la constante de semidesintegración se relacionan mediante:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{3{,}04 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln 2} = 3{,}79 \cdot 10^5\,s$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{3{,}79 \cdot 10^5} = 2{,}64 \cdot 10^{-6}\,s^{-1} \quad \boxed{\lambda = 2{,}64 \cdot 10^{-6}\,s^{-1}}$$

Por otro lado, la actividad recomendada para ese paciente por es:

$$A = 0{,}9\,\frac{MBq}{Kg} \cdot \frac{1000\ Bq}{1\ MBq} \cdot 75\ Kg = 6{,}75 \cdot 10^7\ Bq$$

El número de átomos correspondientes a esa actividad es:

$$A = \lambda \cdot N = \;\Rightarrow\; N = \frac{A}{\lambda} = \frac{6{,}75 \cdot 10^7}{2{,}64 \cdot 10^{-6}} = 2{,}56 \cdot 10^{13}\,\text{núcleos}$$

De donde se puede calcular la masa de esa colección de átomos:

$$2{,}56 \cdot 10^{13}\,\text{núcleos} \cdot \frac{1\text{mol}}{6{,}023 \cdot 10^{23}} \cdot \frac{201\text{g}}{1\text{mol}} = 8{,}54 \cdot 10^{-9}\,g \quad \boxed{m = 8{,}54 \cdot 10^{-9}\,g}$$

b) La actividad decae según la ley radiactiva:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \;\Rightarrow\; 0{,}01A_0 = A_0 e^{-\lambda t} \;\Rightarrow\; \ln(0{,}01) = -\lambda t \;\Rightarrow\; \ln(0{,}01) = -2{,}64\cdot 10^{-6} t \;\Rightarrow\; t = 1{,}74\cdot 10^{6}\,\text{s}$$

$$t = 1{,}74\cdot 10^{6}\ \text{s}\cdot\frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}\cdot\frac{1\ \text{día}}{24\text{h}} = 20{,}2\ \text{días}\quad \boxed{t = 20{,}2\ \text{días}}$$

B.1 (2 puntos). La sonda espacial Mars Reconnaissance Orbiter consiguió en septiembre de 2006 situarse en una órbita circular en torno al planeta Marte a 290 km de altura sobre la superficie para realizar un mapeo de su superficie. Tras utilizar combustible en la maniobra de aproximación, la sonda actualmente tiene una masa de 1031 kg.
a) Halle el periodo de revolución de la sonda espacial y su velocidad orbital alrededor de Marte.
b) Obtenga la energía mínima necesaria que habría que suministrar al satélite para que escape del campo gravitatorio marciano.
Datos: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67·10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}; Masa de Marte, M_{Marte} = 6,42·10^{23} kg; Radio de Marte, R_{Marte} = 3,39·10^{6}m.

a) Teniendo en cuenta que la fuerza centrípeta es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$F_g = F_{cp} = F_g \;\Rightarrow\; \frac{m\cdot v^2}{r} = G\frac{m\cdot M_{Marte}}{r^2} \;\Rightarrow\; v^2 = G\frac{M_{Marte}}{r}$$

Para una órbita circular se tiene: $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

Calculamos r: r = R_{Marte} + h = 3,39·10^6+2,9·10^5= 3,68·10^6 m.

Combinando las dos expresiones anteriores se obtiene:

$$\frac{4\pi^2}{T^2}r^2 = G\frac{M_{Marte}}{r} \;\Rightarrow\; T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G\cdot M_{Marte}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2\left(3{,}68\cdot 10^6\right)^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}}} = 6{,}78\cdot 10^3\ \text{s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\cdot 3{,}68\cdot 10^6}{6{,}78\cdot 10^3} = 3{,}41\cdot 10^3\ \text{m/s}\quad \boxed{v = 3{,}41\cdot 10^3\ \text{m/s}}$$

b) La condición para que escape del campo gravitatorio es que la velocidad en el infinito debe ser mayor que cero. La energía mínima será pues cuando la velocidad en el infinito sea cero. Así pues, en el infinito tanto la energía potencial como la cinética deben ser cero, por lo que la energía a suministrar será:

$$0 = E_{mec} + E_{suministrar} \;\Rightarrow\; E_{suministrar} = -E_{mec} = \frac{1}{2}\frac{GmM_{Marte}}{r} = \frac{1}{2}\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}\cdot 1{,}031\cdot 10^3}{3{,}68\cdot 10^6} = 6\cdot 10^9\ \text{J}$$

$$\boxed{E_{suministrar} = 6\cdot 10^9\ \text{J}}$$

B.2 (2 puntos). Un oscilador armónico de frecuencia 1000 Hz genera en una cuerda una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x, con una longitud de onda de 1,5 m. La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es de 100 ms^{-1}. Además, para un punto de la cuerda situado en x = 0 m y en el instante t = 600 μs, la elongación de la onda es de 1 cm y su velocidad de oscilación es positiva.
a) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de la onda.
b) Halle la fase inicial y escriba la expresión matemática que representa dicha onda.

a) La velocidad de propagación será: $v_{prop} = \lambda \cdot f = 15 \cdot 1000 = 1500 \text{ m/s}$ $\boxed{v_{prop} = 1500 \text{ m/s}}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,5} = \frac{4\pi}{3} \text{ rad/m}$$

$$w = 2\pi f = 2\pi \cdot 1000 = 2000\pi \text{ rad/s}$$

Suponiendo una expresión para la onda del tipo: $y(x,t) = A \cdot \text{sen}(wt - kx + \phi_o)$

La velocidad de oscilación viene dada por: $v_{osc} = \dfrac{d[y(x,t)]}{dt} = Aw \cdot \cos(wt - kx + \phi_o)$

La velocidad de oscilación máxima es:

$$(v_{osc})_{max} = Aw \Rightarrow A = \frac{(v_{osc})_{max}}{w} = \frac{100}{2000\pi} = 0,016\text{m} \quad \boxed{A = 16\text{cm}}$$

b) $y(x,t) = A \cdot \text{sen}(wt - kx + \phi_o) = 0,016 \cdot \text{sen}\left(2000\pi t - \dfrac{4\pi}{3}x + \phi_o\right)$

En la posición x = 0 m y en el tiempo t = 600 μs, la elongación es +1 cm:

$$0,01 = 0,016 \cdot \text{sen}\left(2000\pi \cdot 600 \cdot 10^{-6} + \phi_o\right)$$

$$\frac{0,01}{0,016} = \text{sen}\left(\frac{6\pi}{5} + \phi_o\right) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{6\pi}{5} + \phi_o = 0,6751 \Rightarrow \phi_o = -3,09 \text{ rad} \\ \dfrac{6\pi}{5} + \phi_o = 2,466 \Rightarrow \phi_o = -1,31 \text{ rad} \end{cases}$$

Para saber cuál es la fase correcta sustituimos en la ecuación de la velocidad y buscamos el valor de aquella que de positiva:

$$v_{osc} = Aw \cdot \cos\left(\frac{6\pi}{5} - 3,09\right) > 0 \qquad v_{osc} = Aw \cdot \cos\left(\frac{6\pi}{5} - 1,31\right) < 0$$

Así pues, la fase correcta es $\boxed{\phi_o = -3,09 \text{ rad}}$

La expresión de la onda queda: $\boxed{y(x,t) = 0,016 \cdot \text{sen}\left(2000\pi t - \dfrac{4\pi}{3}x - 3,09\right) \text{ m}}$

B.3 (2 puntos). Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano xy, está inmersa en el seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje z. Calcule, para el instante t = 7 ms, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:
a) El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).
b) El módulo del campo magnético es constante e igual a B = 8 mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 $rads^{-1}$, alrededor del eje y.

a) La superficie es: $S = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}06^2 = 1{,}13 \cdot 10^{-2}\ m^2$

Flujo de campo magnético: $\phi = B \cdot S = 3t^2 \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-2} = 3{,}39 \cdot 10^{-2} t^2\ Wb$

Para 7 ms:

$$\phi_{t=0{,}007} = B \cdot S = 3t^2 \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-2} = 1{,}66 \cdot 10^{-6}\ Wb \quad \boxed{\phi_{t=0{,}007} = 1{,}66 \cdot 10^{-6}\ Wb}$$

Fuerza electromotriz inducida: $\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d(B \cdot S)}{dt} = \frac{d\left(3{,}39 \cdot 10^{-2} t^2\right)}{dt} = -6{,}78 \cdot 10^{-2} t\ Wb$

Para 7 ms:

$$\varepsilon = -6{,}78 \cdot 10^{-2} t = -4{,}75 \cdot 10^{-4}\ V \quad \boxed{\varepsilon = -4{,}75 \cdot 10^{-4}\ V}$$

b) El flujo del campo magnético es proporcional al coseno de la velocidad angular por el tiempo, ya que en el instante inicial el flujo es máximo:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos(\omega t) = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(60t)\ Wb$$

Para 7 ms:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos(\omega t) = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(60 \cdot 0{,}007) = 8{,}26 \cdot 10^{-5}\ Wb \quad \boxed{\phi_{t=0{,}007} = 8{,}26 \cdot 10^{-5}\ Wb}$$

Fuerza electromotriz inducida:

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\left(B \cdot S \cdot \cos(\omega t)\right)}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}(\omega t) = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{sen}(60t)\ V$$

Para 7 ms:

$$\varepsilon = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{sen}(60 \cdot 0{,}007) = 2{,}21 \cdot 10^{-3}\ V \quad \boxed{\varepsilon = 2{,}21 \cdot 10^{-3}\ V}$$

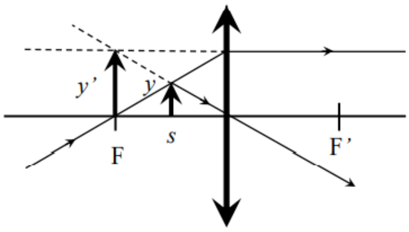
B.4 (2 puntos). Determine las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de una lente convergente de potencia 2,5 dioptrías para que el tamaño de la imagen formada por la lente sea:
a) Derecha y el doble que el tamaño del objeto.
b) Invertida y la mitad del tamaño del objeto. Indique, en cada caso, la naturaleza de la imagen y realice el trazado de rayos correspondiente.

a) Imagen derecha y doble: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \;\Rightarrow\; \frac{2y}{y} = \frac{s'}{s} \;\Rightarrow\; s' = 2s$

La relación entre las posiciones de la imagen y el objeto, y la distancia focal viene dada por:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = 2{,}5 \;\Rightarrow\; \frac{1-2}{2s} = 2{,}5 \;\Rightarrow\; s = -0{,}2\ \text{m} \quad \boxed{s = -0{,}2\ \text{m}}$$

$$s' = 2s = 2(-0{,}2) \;\Rightarrow\; s' = -0{,}4\ \text{m} \quad \boxed{s' = -0{,}4\ \text{m}}$$

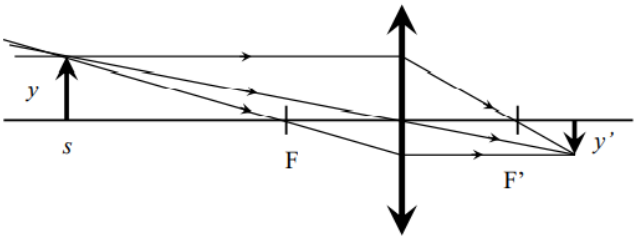


b) Imagen invertida y de tamaño la mitad: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \;\Rightarrow\; \frac{\frac{-1}{2}y}{y} = \frac{s'}{s} \;\Rightarrow\; s' = -0{,}5s$

La relación entre las posiciones de la imagen y el objeto, y la distancia focal viene dada por:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \;\Rightarrow\; \frac{1}{-0{,}5s} - \frac{1}{s} = 2{,}5 \;\Rightarrow\; \frac{1-0{,}5}{0{,}5s} = 2{,}5 \;\Rightarrow\; s = -1{,}2\ \text{m} \quad \boxed{s = -1{,}2\ \text{m}}$$

$$s' = -0{,}5s = -0{,}5(-1{,}2) \;\Rightarrow\; s' = 0{,}6\ \text{m} \quad \boxed{s' = 0{,}6\ \text{m}}$$



B.5 (2 puntos). Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúan a 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel y el fundamental.

a) Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción (transición $1 \rightarrow 3$).

b) Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición $2 \rightarrow 1$) y la potencia del láser si se emiten $2{\cdot}10^{16}$ fotones/s.

Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}63{\cdot}10^{-34}$ Js; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3{\cdot}10^{8}\ \text{ms}^{-1}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6{\cdot}10^{-19}$C.

a) En primer lugar pasamos la energía dada en electrón-volios a julios:

$$E_{1\to3} = 2{,}76\text{eV}\cdot\frac{1{,}6\cdot10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} = 4{,}42\cdot10^{-19}\,\text{J}$$

Por otra parte, la frecuencia está relacionada con la energía de la transición:

$$E_{1\to3} = h\cdot\upsilon_{1\to3} \;\Rightarrow\; \upsilon_{1\to3} = \frac{E_{1\to3}}{h} = \frac{4{,}42\cdot10^{-19}}{6{,}63\cdot10^{-34}} = 6{,}66\cdot10^{14}\ \text{Hz}$$

La longitud de onda del fotón:

$$\lambda_{1\to3} = \frac{c}{\upsilon_{1\to3}} = \frac{3\cdot10^{8}}{6{,}66\cdot10^{14}} = 4{,}5\cdot10^{-7}\ \text{m} \quad \boxed{\lambda_{1\to3} = 4{,}5\cdot10^{-7}\ \text{m}}$$

b) En primer lugar pasamos la energía dada en electrón-volios a julios:

$$E_{1\to2} = 2{,}07\text{eV}\cdot\frac{1{,}6\cdot10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} = 3{,}31\cdot10^{-19}\,\text{J}$$

Por otra parte, la frecuencia está relacionada con la energía de la transición:

$$E_{1\to2} = h\cdot\upsilon_{1\to2} \;\Rightarrow\; \upsilon_{1\to2} = \frac{E_{1\to2}}{h} = \frac{3{,}31\cdot10^{-19}}{6{,}63\cdot10^{-34}} = 4{,}99\cdot10^{14}\ \text{Hz}$$

La longitud de onda del fotón:

$$\lambda_{1\to2} = \frac{c}{\upsilon_{1\to2}} = \frac{3\cdot10^{8}}{4{,}99\cdot10^{14}} = 6{,}01\cdot10^{-7}\ \text{m} \quad \boxed{\lambda_{1\to2} = 6{,}01\cdot10^{-7}\ \text{m}}$$

La potencia del láser será el flujo de fotones multiplicado por la energía de cada fotón:

$$P = \phi\cdot E_{\text{fotón}} = 2\cdot10^{16}\,\frac{\text{fotones}}{\text{s}}\cdot3{,}31\cdot10^{-19}\,\text{J} = 6{,}62\cdot10^{-3}\ \text{W} \quad \boxed{P = 6{,}62\cdot10^{-3}\ \text{W}}$$