REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

Dominio

Función polinómica: $y=f(x) \Rightarrow \text{Dom } y: \forall x \in R$

Función cociente de dos polinomios: $y=\dfrac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow \text{Dom } y: \forall x \in R-\{g(x)=0\}$

Función raíz par de un polinomio: $y=\sqrt[par]{f(x)} \Rightarrow \begin{cases} \text{Dom } y: \forall x \in R-\{f(x)<0\} \\ \text{o bien} \\ \text{Dom } y: \ \forall x \in R / f(x) \geq 0 \end{cases}$

Función raíz impar de un polinomio: $y=\sqrt[impar]{(x)} \Rightarrow \text{Dom } y: \forall x \in R$

Función logaritmo de un polinomio: $y=\log f(x) \Rightarrow \begin{cases} \text{Dom } y: \forall x \in R-\{f(x)\leq 0\} \\ \text{o bien} \\ \text{Dom } y: \ \forall x \in R / f(x) > 0 \end{cases}$

Función exponencial: $y=e^{f(x)} \Rightarrow \text{Dom } y: \text{estudiar el de } f(x)$

Puntos de corte con los ejes

Eje X: y = 0 → Despejamos la x → Punto de corte: (x, 0).

Eje Y: x = 0 → Despejamos la y → Punto de corte: (0, y).

Simetrías

- Una función par es simétrica respecto del eje y. Debe cumplir: $f(x)=f(-x)$
- Una función impar es simétrica respecto del origen. Debe cumplir: $f(-x)=-f(x)$

Asíntotas

Verticales:

Si $\left\{\begin{matrix} \lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\pm\infty \\ \text{ó} \\ \lim\limits_{x\to a^-} f(x)=\pm\infty \end{matrix}\right\}$ En $x=a$ hay una asíntota vertical.

Horizontales:

Si $\left\{\begin{matrix} \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=b \\ \text{ó} \\ \lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=b \end{matrix}\right\}$ En $y=b$ hay una asíntota horizontal.

Oblicuas

Es una recta: $y=mx+n$ donde: $m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, $n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-mx)$

Siempre se cumple que si hay asíntota horizontal no hay oblicua.

Máximos y mínimos y crecimiento y decrecimiento:

♣ $f'(x)=0 \Rightarrow$ Despejamos la x que son los posibles máximos o mínimos.

♣ Comprobamos si son máximos o mínimos, para ello:

Opción 1:

Representamos en una recta los valores que nos han salido de igualar a cero la primera derivada y los puntos donde no hay dominio. Sustituimos en la primera derivada un punto de cada intervalo formado de manera que si:

$f'(x)>0 \Rightarrow$ La función crece

$f'(x)<0 \Rightarrow$ La función decrece

En los puntos donde la función crezca por la izquierda y decrezca por su derecha habrá un máximo.

En los puntos donde la función decrezca por la izquierda y crezca por su derecha habrá un mínimo.

Opción 2:

$*$ Si $f''(x_0)<0 \Rightarrow$ En x_0 hay un máximo.

$*$ Si $f''(x_0)>0 \Rightarrow$ En x_0 hay un mínimo.

$*$ Si $f''(x_0)=0 \Rightarrow$ En x_0 hay un posible punto de inflexión.

♣ Calculamos la segunda componente de los puntos críticos.

Puntos de inflexión y curvatura

Los puntos de inflexión son los valores de la x que anulan la segunda derivada. Pasos a seguir para calcularlos:

♣ $f''(x)=0 \Rightarrow$ Despejamos la x que son los posibles puntos de inflexión.

♣ Comprobamos si son de verdad puntos de inflexión, para ello:

Opción 1:

Representamos en una recta los valores que nos han salido de igualar a cero la segunda derivada y los puntos donde no hay dominio. Sustituimos en la segunda derivada un punto de cada intervalo formado de manera que si:

$f''(x)>0 \Rightarrow$ La función es cóncava $\cup$

$f''(x)<0 \Rightarrow$ La función es convexa $\cap$

En los puntos donde la función cambie de curvatura habrá un punto de inflexión.

Opción 2:

$*$ Si $f'''(x_0)\neq 0 \Rightarrow$ En x_0 hay un punto de inflexión.

$*$ Si $f'''(x_0)=0 \Rightarrow$ En x_0 no hay punto de inflexión.