CÁLCULO DE LÍMITES:

Para calcular el límite de una función en un punto $\left(\lim_{x\to k} f(x)\right)$ basta con sustituir cada x de f(x) por k, y tras operar ver qué número da, ese será el límite.

Indeterminaciones:

Si al sustituir el valor de x en la función, nos encontramos con uno de estos casos:

$$\boxed{\frac{c}{0};\quad \frac{\infty}{\infty};\quad \frac{0}{0};\quad 0\cdot\infty;\quad \infty-\infty;\quad 1^{\infty};\quad \infty^{0};\quad 0^{0}}$$

Estamos ante los distintos tipos de indeterminaciones y tendremos que resolver cada tipo de una forma diferente.

Indeterminación $\boxed{\frac{c}{0}}$

Estos límites, si existen, siempre dan como solución $+\infty$ ó $-\infty$.

Para resolver la indeterminación debemos calcular los límites laterales de la función, y si coinciden, el límite de la función en el punto valdrá $+\infty$ ó $-\infty$:

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty\\ \lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty\end{array}\right\}\lim_{x\to a} f(x)=+\infty \qquad \left.\begin{array}{l}\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty\\ \lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty\end{array}\right\}\lim_{x\to a} f(x)=-\infty$$

Si los límites laterales no coinciden, diremos entonces que no existe el límite de esa función en ese punto:

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty\\ \lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty\end{array}\right\}\nexists \lim_{x\to a} f(x) \qquad \left.\begin{array}{l}\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty\\ \lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty\end{array}\right\}\nexists \lim_{x\to a} f(x)$$

Para calcular los límites laterales le daremos a la x el valor correspondiente sumándole o restándole una cantidad muy pequeña, como por ejemplo una milésima.

Indeterminación $\boxed{\frac{0}{0}}$

En funciones racionales: Se resuelve descomponiendo en factores el numerador y el denominador para poder simplificar.

En funciones irracionales: Se resuelve multiplicando el numerador y el denominador por la expresión radical conjugada.

Indeterminación $\boxed{\frac{\infty}{\infty}}$

En funciones racionales: Se resuelve en varios pasos:

- Dividimos cada término del numerador y del denominador por la potencia máxima del denominador.
- Simplificamos cada fracción individualmente.
- Sustituimos la x por ∞ teniendo en cuenta que $\frac{k}{\infty}=0$ y $\frac{\infty}{k}=\infty$

En funciones irracionales: Se resuelven de igual modo que los racionales, pero teniendo en cuenta que:

- Para averiguar el grado de un polinomio que está dentro de una raíz debemos dividir el exponente del término de mayor grado por el índice de la raíz:
- Cualquier factor entra dentro de una raíz elevado al índice de dicha raíz:
- Cualquier factor se extrae de una raíz elevado a la inversa del índice de dicha raíz:

Nota.

academia@abitaulapinar.com
www.abitaulapinar.com
abitaulapinar.com
C/ Jazmín, 29 (Pinar de Chamartín)
91.056.80.48 / 622.92.94.25

Otra forma de resolver la indeterminación es mirando los grados del numerador y del denominador, de tal modo que:

- Si el grado del numerador es mayor que el grado del denominador el límite dará $\pm\infty$.
- Si el grado del numerador es menor que el grado del denominador dará 0.
- Si el numerador y el denominador poseen el mismo grado, la solución de la indeterminación será el cociente de los coeficientes de los términos de mayor grado.

Indeterminación $\boxed{\infty-\infty}$

En funciones racionales:

Esta indeterminación se resuelve, cuando no tenemos radicales, haciendo la resta que presente el límite para conseguir así transformarla en un cociente que a su vez puede presentar indeterminación de la forma $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$:

En funciones irracionales:

Estos límites con radicales resuelven su indeterminación multiplicando y dividiendo el numerador y el denominador por la expresión radical conjugada para conseguir así transformarla en un cociente que a su vez puede presentar indeterminación de la forma $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$:

Indeterminación $\boxed{\frac{0}{0}}$ ó $\boxed{\frac{\infty}{\infty}}$:

Si $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$ podemos escribir $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$

Indeterminación $\boxed{0\cdot\infty}$:

Para calcular estos límites, los pasaremos a la forma $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$:

$$\lim_{x\to a} f(x)\cdot g(x)\ ,\ \left[\text{con}\ \ f(x)\to 0\ \ y\ \ g(x)\to\infty\right]=\begin{cases}\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{1/g(x)}=\dfrac{0}{0}\\[2ex] \lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)}{1/f(x)}=\dfrac{\infty}{\infty}\end{cases}$$

Nota: Elegiremos una forma u otra de modo que siempre coloquemos en el denominador la expresión más sencilla.

Indeterminación $\boxed{1^{\infty}}$

Resolución por medio de la definición del número e: $\boxed{e=\lim\limits_{x\to k}\left(1+\dfrac{1}{f(x)}\right)^{f(x)}}$

Resolución tomando logaritmos neperianos a ambos lados de la igualdad:

Resolvemos la indeterminación tomando logaritmos neperianos a ambos lados puesto que así conseguimos, por las propiedades de los logaritmos, sacar el exponente de la función y nos quedará una indeterminación de la forma: $0\cdot\infty$

Resolución aplicando la fórmula: Utilizamos la fórmula: $\boxed{e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[\text{exponente}(\text{base}-1)\right]}}$

Indeterminación $\boxed{\infty^0\ \ y\ \ 0^0}$

Podemos resolver la indeterminación tomando logaritmos neperianos a ambos lados puesto que así conseguimos, por las propiedades de los logaritmos, sacar el exponente de la función.