

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso 2019-2020 Ordinaria
MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Todas las preguntas se calificarán sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

1

A.1 (2 puntos).

Un satélite sigue una órbita circular sincrónica (es decir, del mismo período que el de rotación del planeta) de radio $1,59 \cdot 10^5$ km en torno a un planeta de masa $1,90 \cdot 10^{27}$ kg. Calcule:

- La velocidad del satélite en la órbita.
- El periodo de rotación del planeta sobre su eje.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻².

A.2 (2 puntos).

Una onda armónica unidimensional, se propaga en un medio con una velocidad de 400 ms⁻¹, está descrita por la siguiente expresión matemática: $y(x, t) = 3 \text{sen}(kx - 200\pi t + \Phi_0)$ cm

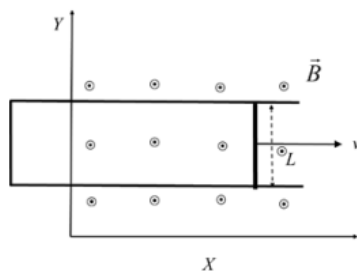
donde x y t están en m y s, respectivamente. Sabiendo que $y(0, 0) = 1,5$ cm y que la velocidad de oscilación en $t = 0$ y $x = 0$ es positiva, halle:

- El número de onda k y la fase inicial Φ_0 .
- La aceleración máxima de oscilación de un punto genérico del eje x .

A.3 (2 puntos).

Una barra conductora, de 30 cm de longitud y paralela al eje y , se mueve en el plano xy con una velocidad en el sentido positivo del eje x . La barra se mueve sobre unos rieles conductores paralelos en forma de U (ver figura). Perpendicular al plano, hay un campo magnético uniforme $10^{-3} \vec{k}$ T. Halle la fuerza electromotriz inducida en la barra en función del tiempo en los siguientes casos:

- La velocidad de la barra es constante e igual a $10^2 \vec{i}$ ms⁻¹.
- La barra parte del reposo y su aceleración es constante e igual a $5 \vec{i}$ ms⁻².



A.4 (2 puntos).

Un objeto está situado en una posición s_1 a la izquierda de una lente convergente de distancia focal 50 mm, de modo que forma una imagen real, invertida y de tamaño doble que el objeto. A continuación, el objeto se va moviendo hacia la lente hasta una posición s_2 en la que la imagen es virtual, derecha y de tamaño doble que la del objeto. Calcule:

- a) La posición s_1 inicial del objeto y la distancia inicial entre la imagen y la lente.
 b) La posición s_2 final del objeto y la distancia final entre la imagen y la lente.

A.5 (2 puntos).

Se tienen dos fuentes radiactivas cuya actividad a día de hoy es la misma. Se sabe que dentro de 10 años la actividad de la primera fuente será el doble que la de la segunda. Determine:

- a) La diferencia, $\lambda_2 - \lambda_1$, que existe entre las constantes de desintegración de ambas fuentes.
 b) La relación entre las actividades de dichas fuentes dentro de 20 años.

B.1 (2 puntos).

Se tiene un planeta de masa $1,95 \cdot 10^{25}$ kg y radio 5500 km. Determine:

- a) El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta.
 b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻².

B.2 (2 puntos).

A una distancia de 10 m, el nivel de intensidad sonora producida por un foco puntual es de 20 dB. Halle:

- a) La potencia del foco.
 b) El nivel de intensidad sonora a 2 m del foco.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m⁻².

B.3 (2 puntos).

Se tienen cuatro cargas cuyo valor absoluto es $|q| = 1 \cdot 10^{-6}$ C, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a = 30$ cm, que está en el plano xy. Dos de ellas son positivas y están en los puntos (0, 0) y (a, a). Las otras dos son negativas y están situadas en los puntos (0, a) y (a, 0). Calcule:

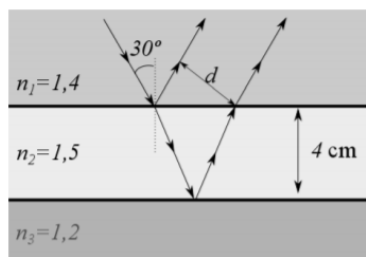
- a) La fuerza que se ejerce sobre la carga +q situada en el punto (a, a) debida a las otras tres.
 b) La energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻².

B.4 (2 puntos).

Una placa de vidrio de 4 cm de espesor y de índice de refracción 1,5 se encuentra sumergida entre dos aceites de índices de refracción 1,4 y 1,2 respectivamente. Proveniente del aceite de índice 1,4 incide sobre el vidrio un haz de luz con un ángulo de incidencia de 30°. Calcule:

- a) La distancia, d, entre el rayo reflejado por la cara superior del vidrio y el refractado después de reflejarse en la cara inferior del vidrio.
 b) El ángulo de incidencia mínimo en la cara superior del vidrio necesario para que se produzca el fenómeno de reflexión total en la cara inferior de la placa de vidrio.



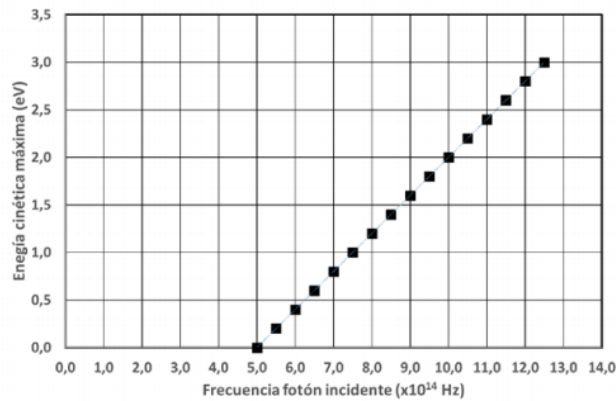
B.5 (2 puntos).

Se hace incidir un haz de fotones de frecuencia variable sobre una lámina de material metálico, de manera que se emiten electrones cuya energía cinética máxima se mide, obteniendo la gráfica que se adjunta. Determine:

a) El trabajo de extracción del metal en eV.

b) La longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones que se emiten, con máxima energía cinética, cuando la frecuencia de los fotones incidentes es de $10 \cdot 10^{14}$ Hz.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s.



SOLUCIONES

A.1 (2 puntos).

Un satélite sigue una órbita circular sincrónica (es decir, del mismo período que el de rotación del planeta) de radio $1,59 \cdot 10^5$ km en torno a un planeta de masa $1,90 \cdot 10^{27}$ kg. Calcule:

a) La velocidad del satélite en la órbita.

b) El periodo de rotación del planeta sobre su eje.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m² kg⁻².

a) De igualar la fuerza gravitatoria a la fuerza centrípeta y se despeja la velocidad:

$$\left. \begin{aligned} F_c &= m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{r} \\ F_g &= G \frac{Mm}{r^2} \end{aligned} \right\} F_c = F_g \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9 \cdot 10^{27}}{1,59 \cdot 10^8}} = 2,82 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1} \quad \boxed{v = 2,82 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}}$$

b) El periodo de rotación del planeta y el satélite son iguales, tal y como indica el enunciado, por lo que se obtiene directamente el periodo de la relación entre velocidad y periodo:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,59 \cdot 10^8}{2,82 \cdot 10^4} = 3,54 \cdot 10^4 \text{ s} \quad \boxed{T = 3,54 \cdot 10^4 \text{ s}}$$

A.2 (2 puntos).

Una onda armónica unidimensional, se propaga en un medio con una velocidad de 400 ms^{-1} , está descrita por la siguiente expresión matemática: $y(x,t) = 3\text{sen}(kx - 200\pi t + \Phi_0)$ cm donde x y t están en m y s, respectivamente. Sabiendo que $y(0, 0) = 1,5$ cm y que la velocidad de oscilación en $t = 0$ y $x = 0$ es positiva, halle:

- a) El número de onda k y la fase inicial Φ_0 .
- b) La aceleración máxima de oscilación de un punto genérico del eje x .

A partir de la velocidad de propagación que nos dan, y de la frecuencia angular que obtenemos de la expresión de la onda:

$$y(x,t) = 3\text{sen}(kx - 200\pi t + \Phi_0) \text{ cm} \Rightarrow \omega = 200\pi \text{ rad/s} \text{ y } v_p = 400 \text{ (m/s)}$$

$$k = \frac{\omega}{v_p} = \frac{200\pi}{400} = \frac{\pi}{2} = 0,01 \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1} \quad \boxed{k = 0,01 \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1}}$$

Como $y(0,0) = 1,5 \text{ cm} \Rightarrow y(0,0) = 3\text{sen}(k \cdot 0 - 200\pi \cdot 0 + \Phi_0) \Rightarrow 1,5 = 3\text{sen}\Phi_0$

$$1,5 = 3\text{sen}\Phi_0 \Rightarrow \begin{cases} \Phi_0 = \pi/6 \\ \Phi_0 = 5\pi/6 \end{cases}$$

Como $v(0,0) > 0$ tenemos:

$$y(x,t) = 3\text{sen}(kx - 200\pi t + \Phi_0) \text{ cm} \Rightarrow v(x,t) = 3 \cdot 200\pi \cdot \cos(kx - 200\pi t + \Phi_0) \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$$

Sustituyendo los posibles valores de Φ_0 :

$$\begin{cases} \Phi_0 = \pi/6 \Rightarrow v(0,0) = 3 \cdot 200\pi \cdot \cos(\pi/6) < 0 \\ \Phi_0 = 5\pi/6 \Rightarrow v(0,0) = 3 \cdot 200\pi \cdot \cos(5\pi/6) > 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\Phi_0 = 5\pi/6 \text{ rad}}$$

b) La aceleración de un punto genérico se obtiene derivando la expresión de la velocidad de oscilación:

$$v(x,t) = 3 \cdot 200\pi \cdot \cos(kx - 200\pi t + \Phi_0) \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1} \Rightarrow a(x,t) = -1,2 \cdot 10^5 \pi^2 \cdot \text{sen}(kx - 200\pi t + \Phi_0) \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$$

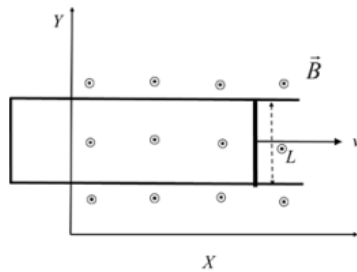
La aceleración máxima se alcanza cuando la función trigonométrica vale 1:

$$\boxed{a_{\text{máx}} = -1,2 \cdot 10^5 \pi^2 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}}$$

A.3 (2 puntos).

Una barra conductora, de 30 cm de longitud y paralela al eje y , se mueve en el plano xy con una velocidad en el sentido positivo del eje x . La barra se mueve sobre unos rieles conductores paralelos en forma de U (ver figura). Perpendicular al plano, hay un campo magnético uniforme $10^{-3} \vec{k}$ T. Halle la fuerza electromotriz inducida en la barra en función del tiempo en los siguientes casos:

- a) La velocidad de la barra es constante e igual a $10^2 \vec{i} \text{ ms}^{-1}$.
- b) La barra parte del reposo y su aceleración es constante e igual a $5 \vec{i} \text{ ms}^{-2}$.



a) La velocidad de la barra es constante e igual a $10^2 \vec{i} \text{ ms}^{-1}$. Al ser un MRU $x = v \cdot t$
 El flujo recogido por el circuito formado por los rieles y la barra será: $\Phi_m(t) = B \cdot S(t) = B \cdot L \cdot x(t)$

La fem inducida será:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_m(t)}{dt} = -B \cdot L \frac{dx(t)}{dt} = -B \cdot L \frac{d(v \cdot t)}{dt} = -B \cdot L \cdot v = -10^{-3} \cdot 0,3 \cdot 10^2 = -0,03 \text{ V} \quad \boxed{\varepsilon = -0,03 \text{ V}}$$

El signo únicamente nos dice que la fuerza electromotriz se opone a la variación del flujo.

b) La barra parte del reposo y su aceleración es constante e igual a $5 \vec{i} \text{ ms}^{-2}$.

Al ser un MRUA $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

El flujo recogido por el circuito formado por los rieles y la barra será: $\Phi_m(t) = B \cdot S(t) = B \cdot L \cdot x(t)$

La fem inducida será:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_m(t)}{dt} = -B \cdot L \frac{dx(t)}{dt} = -B \cdot L \frac{d\left(\frac{1}{2} a t^2\right)}{dt} = -B \cdot L \cdot a \cdot t = -10^{-3} \cdot 0,3 \cdot 5 \cdot t = -1,5 \cdot 10^{-3} t \text{ V}$$

$$\boxed{\varepsilon = -1,5 \cdot 10^{-3} t \text{ V (si } t \text{ está en segundos)}}$$

El signo únicamente nos dice que la fuerza electromotriz se opone a la variación del flujo.

A.4 (2 puntos).

Un objeto está situado en una posición s_1 a la izquierda de una lente convergente de distancia focal 50 mm, de modo que forma una imagen real, invertida y de tamaño doble que el objeto. A continuación, el objeto se va moviendo hacia la lente hasta una posición s_2 en la que la imagen es virtual, derecha y de tamaño doble que la del objeto. Calcule:

- a) La posición s_1 inicial del objeto y la distancia inicial entre la imagen y la lente.
- b) La posición s_2 final del objeto y la distancia final entre la imagen y la lente.

a) La posición s_1 inicial del objeto y la distancia inicial entre la imagen y la lente.

El aumento lateral viene dado por: $M = \frac{s'_1}{s_1} = -2 \Rightarrow s'_1 = -2s_1$

Por su parte, para lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{-2s_1} - \frac{1}{s_1} = -\frac{3}{2s_1} \Rightarrow s_1 = -\frac{3}{2} f' = -\frac{3}{2} 50 = -75 \text{ mm} \quad \boxed{s_1 = -75 \text{ mm}}$$

Por tanto, la distancia entre imagen y lente es:

$$s'_1 = -2s_1 = -2 \cdot (-75) = 150 \text{ mm} \quad \boxed{s'_1 = 150 \text{ mm}}$$

b) La posición s_2 final del objeto y la distancia final entre la imagen y la lente. En este caso, el aumento lateral viene dado por:

$$M = \frac{s'_2}{s_2} = +2 \Rightarrow s'_2 = +2s_2$$

Por su parte, para lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{2s_1} - \frac{1}{s_1} = -\frac{1}{2s_1} \Rightarrow s_1 = -\frac{1}{2}f' = -\frac{1}{2}50 = -25 \text{ mm} \quad \boxed{s_2 = -25 \text{ mm}}$$

Por tanto, la distancia entre imagen y lente es: $s'_1 = 2s_1 = 2 \cdot (-25) = -50 \text{ mm}$ $\boxed{s'_1 = -50 \text{ mm}}$

A.5 (2 puntos).

Se tienen dos fuentes radiactivas cuya actividad a día de hoy es la misma. Se sabe que dentro de 10 años la actividad de la primera fuente será el doble que la de la segunda. Determine:

- La diferencia, $\lambda_2 - \lambda_1$, que existe entre las constantes de desintegración de ambas fuentes.
- La relación entre las actividades de dichas fuentes dentro de 20 años.

a) Aplicamos la definición de actividad de una muestra radiactiva teniendo en cuenta la actividad actual y la que tendrán las muestras dentro de 10 años.

$$A_{\text{actual}} = \lambda_1 N_1(0) = \lambda_2 N_2(0) \Rightarrow N_1(0) = N_2(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Dentro de 10 años, la relación entre las actividades la podemos expresar de forma similar, pero necesitaremos conocer el número de átomos que contiene nuestra muestra.

$$A_{10 \text{ años después}} \Rightarrow A_1 = 2A_2$$

$$\lambda_1 N_1(10) = 2\lambda_2 N_2(10) \Rightarrow \lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1 10} = 2\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2 10}$$

Sustituyendo la relación que hemos obtenido entre el número de átomos de cada sustancia en el instante inicial en la ecuación anterior

$$\lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1 10} = 2\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2 10} \Rightarrow \lambda_1 N_2(0) \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 10} = 2\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2 10} \Rightarrow$$

$$e^{-\lambda_1 10} = 2e^{-\lambda_2 10} \Rightarrow \frac{e^{-\lambda_1 10}}{e^{-\lambda_2 10}} = 2 \Rightarrow e^{-\lambda_1 10 + \lambda_2 10} = 2 \Rightarrow \ln 2 = 10(\lambda_2 - \lambda_1) \Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\ln 2}{10}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\ln 2}{10} = 6,93 \cdot 10^{-2} \text{ años}^{-1} \quad \boxed{\lambda_2 - \lambda_1 = 6,93 \cdot 10^{-2} \text{ años}^{-1}}$$

b) La relación de actividades a los 20 años, será:

$$k = \frac{A_1(20)}{A_2(20)} = \frac{\lambda_1 N_1(20)}{\lambda_2 N_2(20)} = \frac{\lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1 20}}{\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2 20}} = \frac{\lambda_1 N_2(0) \lambda_2 / \lambda_1 e^{-\lambda_1 20}}{\lambda_2 N_2(0)e^{-\lambda_2 20}} = e^{(\lambda_2 - \lambda_1)20} = e^{(\ln 2/10)20} = 4 \quad \boxed{k = 4}$$

B.1 (2 puntos).

Se tiene un planeta de masa $1,95 \cdot 10^{25} \text{ kg}$ y radio 5500 km . Determine:

- El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta.
- La velocidad de escape desde la superficie del planeta.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

a) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta, g_p , se puede hallar utilizando la ley de la Gravitación Universal:

$$F_g = m \cdot g_p = G \frac{mM_p}{R^2} \Rightarrow g_p = G \frac{M_p}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{1,95 \cdot 10^{25}}{(5,5 \cdot 10^6)^2} = 43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad \boxed{g_p = 43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

b) La velocidad de escape es la velocidad mínima necesaria para alejarse del planeta hasta el infinito o muy lejos del planeta. Por tanto, la velocidad final del objeto será nula y la energía potencial final también será nula. Planteando la conservación de la energía, tendremos:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_e^2 - G \frac{mM_p}{R} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM_p}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,95 \cdot 10^{25}}{5,5 \cdot 10^6}} = 2,17 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\boxed{v_e = 2,17 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

B.2 (2 puntos).

A una distancia de 10 m, el nivel de intensidad sonora producida por un foco puntual es de 20 dB. Halle:

- La potencia del foco.
 - El nivel de intensidad sonora a 2 m del foco.
- Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

a) Como a una distancia de 10 m el nivel de intensidad sonora es de 20 dB, la intensidad a 10 m será:

$$\beta_{10m} = 10 \log \frac{I_{10m}}{I_0} \Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_{10m}}{10^{-12}} \Rightarrow 2 = \log \frac{I_{10m}}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I_{10m}}{10^{-12}} = 10^2 \Rightarrow I_{10m} = 10^{-10} \text{ Wm}^{-2}$$

$$\boxed{I_{10m} = 10^{-10} \text{ Wm}^{-2}}$$

Como el foco es puntual, las ondas son esféricas y la intensidad cae como la distancia al cuadrado, de forma que la potencia será:

$$I_{10m} = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi \cdot r^2} \Rightarrow P = I_{10m} \cdot 4\pi \cdot r^2 = 10^{-10} \cdot 4\pi \cdot 10^2 = 4\pi \cdot 10^{-8} \text{ W} \quad \boxed{P = 4\pi \cdot 10^{-8} \text{ W}}$$

b) La intensidad a 2 m del foco será: $I_{2m} = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi \cdot r^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 2^2} = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

Y el nivel de intensidad sonora será:

$$\beta_{2m} = 10 \log \frac{I_{2m}}{I_0} = 10 \log \frac{2,5 \cdot 10^{-9}}{10^{-12}} = 33,98 \text{ dB} \quad \boxed{\beta_{2m} = 33,98 \text{ dB}}$$

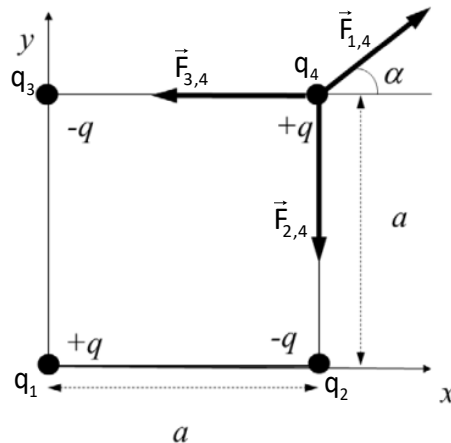
B.3 (2 puntos).

Se tienen cuatro cargas cuyo valor absoluto es $|q| = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado $a = 30 \text{ cm}$, que está en el plano xy. Dos de ellas son positivas y están en los puntos (0, 0) y (a, a). Las otras dos son negativas y están situadas en los puntos (0, a) y (a, 0). Calcule:

- La fuerza que se ejerce sobre la carga +q situada en el punto (a, a) debida a las otras tres.
- La energía potencial de la carga situada en el origen de coordenadas debida a las otras tres.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

a)



La fuerza resultante, fijándonos en el dibujo es: $\vec{F} = (|\vec{F}_{1,4,x}| - |\vec{F}_{3,4}|)\vec{i} + (|\vec{F}_{1,4,y}| - |\vec{F}_{2,4}|)\vec{j}$

Calculamos el valor de cada una de las fuerzas: $|\vec{F}_{3,4}| = |\vec{F}_{1,4}| = K \frac{q^2}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 \cdot 10^{-6})^2}{0,3^2} = 0,1 \text{ N}$

Par calcular $|\vec{F}_{2,4}|$ necesitamos saber la diagonal del cuadrado:

$$d_{2,4}^2 = c^2 + c^2 = 2 \cdot 0,3^2 = 0,18 \Rightarrow d_{2,4} = 0,424$$

$$|\vec{F}_{2,4}| = K \frac{q^2}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1 \cdot 10^{-6})^2}{0,424^2} = 0,05 \text{ N} \begin{cases} |\vec{F}_{2,4,x}| = |\vec{F}_{2,4}| \cos 45^\circ = 0,035 \\ |\vec{F}_{2,4,y}| = |\vec{F}_{2,4}| \text{sen} 45^\circ = 0,035 \end{cases}$$

Las componentes x e y de la fuerza son iguales entre sí, ya que el ángulo α es de 45° :

Sustituimos los valores en la expresión de la fuerza resultante:

$$\vec{F} = (0,035 - 0,1)\vec{i} + (0,035 - 0,1)\vec{j} = -0,065\vec{i} - 0,065\vec{j} \text{ N} \quad \boxed{\vec{F} = -0,065\vec{i} - 0,065\vec{j} \text{ N}}$$

b) El potencial creado por las cargas que no están en el origen es:

$$V(0,0) = K \left(\frac{q_2}{d} + \frac{q_3}{d} + \frac{q_4}{d} \right) = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{-1 \cdot 10^{-6}}{0,3} + \frac{-1 \cdot 10^{-6}}{0,3} + \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,424} \right) = -3,88 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Por lo que la energía potencial de la carga en el origen será:

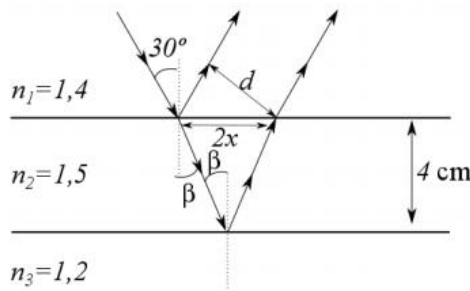
$$E_p(0,0) = q \cdot V(0,0) = 1 \cdot 10^{-6} (-3,88 \cdot 10^4) = -0,038 \text{ J} \quad \boxed{E_p(0,0) = -0,038 \text{ J}}$$

B.4 (2 puntos).

Una placa de vidrio de 4 cm de espesor y de índice de refracción 1,5 se encuentra sumergida entre dos aceites de índices de refracción 1,4 y 1,2 respectivamente. Proveniente del aceite de índice 1,4 incide sobre el vidrio un haz de luz con un ángulo de incidencia de 30° . Calcule:

- a) La distancia, d , entre el rayo reflejado por la cara superior del vidrio y el refractado después de reflejarse en la cara inferior del vidrio.
- b) El ángulo de incidencia mínimo en la cara superior del vidrio necesario para que se produzca el fenómeno de reflexión total en la cara inferior de la placa de vidrio.

a) Basándonos en un dibujo que represente el trazado de los rayos en los diferentes medios, observamos que lo que nos piden es la distancia d , para lo cual necesitaremos averiguar la distancia $2x$:



Utilizamos la ley de Snell en la separación entre las dos superficies superiores:

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow 1,4 \sin 30^\circ = 1,5 \sin \beta \Rightarrow \beta = 27,82^\circ$$

Por otro lado, por trigonometría tenemos:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 4 \cdot \operatorname{tg} \beta = 4 \cdot \operatorname{tg} 27,82^\circ = 2,11 \text{ cm}$$

Como el ángulo de reflexión en la cara superior es el mismo que el de incidencia, entonces, el ángulo entre el rayo reflejado y la horizontal será 60°

Por lo tanto:

$$\sin 60^\circ = \frac{d}{2x} \Rightarrow d = 2x \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot 2,11 \cdot \sin 60^\circ = 3,66 \text{ cm} \quad \boxed{d = 3,66 \text{ cm}}$$

b) Para calcular el ángulo que nos piden, es suficiente con aplicar la definición de ángulo límite entre los dos aceites, es decir, el vidrio no afecta al resultado.

$$n_1 \cdot \sin \hat{\alpha} = n_3 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \hat{\alpha} = \frac{n_3}{n_1} = \frac{1,2}{1,4} \Rightarrow \alpha = 59^\circ \quad \boxed{\alpha = 59^\circ}$$

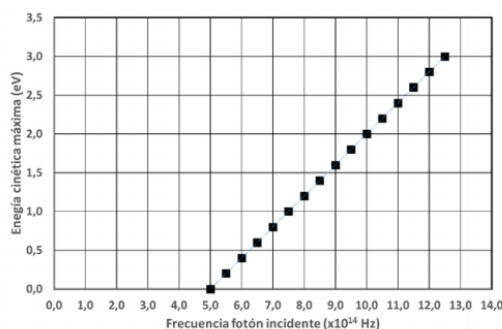
B.5 (2 puntos).

Se hace incidir un haz de fotones de frecuencia variable sobre una lámina de material metálico, de manera que se emiten electrones cuya energía cinética máxima se mide, obteniendo la gráfica que se adjunta. Determine:

a) El trabajo de extracción del metal en eV.

b) La longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones que se emiten, con máxima energía cinética, cuando la frecuencia de los fotones incidentes es de $10 \cdot 10^{14}$ Hz.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J s.



a) Como se puede apreciar en la gráfica, hasta que los fotones no tienen una frecuencia de $5 \cdot 10^{14}$ Hz, no se empiezan a emitir electrones. Por tanto, la función de trabajo será la energía correspondiente a los fotones de dicha frecuencia.

$$E = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = 3,32 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,07 \text{ eV} \quad \boxed{E = 2,07 \text{ eV}}$$

b) A la frecuencia de $10 \cdot 10^{14}$ Hz, la energía cinética máxima de los electrones es:

$$E_{\text{luz}} = E_{\text{umbral}} + E_c \Rightarrow 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 10 \cdot 10^{14} = 3,32 \cdot 10^{-19} + E_c \Rightarrow E_c = 2 \text{ J}$$

Despejamos entonces la velocidad:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2 \Rightarrow v = 8,39 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Dada la expresión de la longitud de onda de de Broglie, podemos calcular la longitud de onda pedida:

$$\lambda_{\text{de Broglie}} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 8,39 \cdot 10^5} = 8,69 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad \boxed{\lambda_{\text{de Broglie}} = 8,69 \cdot 10^{-10} \text{ m}}$$