UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso 2019-2020 Modelo
MATERIA: FÍSICA

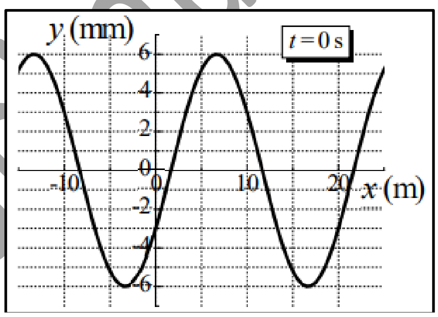
INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).
TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Pregunta 1.- El satélite UARS se puso en órbita en 1991 para estudiar la entrada y salida de energía en la atmósfera superior. Su masa era de 5800 kg y realizaba 15 órbitas diarias. En 2005, el satélite se quedó sin combustible y dejó de operar. Calcule:
a) La altura sobre la superficie de la Tierra de dicho satélite cuando estaba en órbita.
b) La energía total del satélite cuando estaba en órbita.
Datos: Constante de Gravitación Universal, $G=6{,}67\cdot10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$; Radio de la Tierra, $R_T=6371$ km; Masa de la Tierra, $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg.

Pregunta 2.- Una onda armónica unidimensional se propaga a lo largo del sentido positivo del eje x con una velocidad de propagación de 1500 m s^{-1}, donde la gráfica adjunta muestra la elongación de la onda para el instante t = 0 s.
a) Determine el número de onda y la frecuencia angular de dicha onda.
b) Obtenga la expresión matemática que represente dicha onda.



Pregunta 3.- Un electrón e^-, situado inicialmente en el origen de coordenadas, se mueve con una velocidad inicial, $\vec{v}_0 = 2\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 3\vec{k}$ T y de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -\vec{i}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$. Determine:
a) La fuerza total sobre el electrón debida a los campos $\vec{B}$ y $\vec{E}$, en el instante inicial.
b) La diferencia de potencial entre los puntos (0, 0, 0) y (2, 0, 0) m, indicando el punto que está a mayor potencial. ¿Qué trabajo realiza la fuerza total que actúa sobre el electrón para desplazarlo desde el origen al punto (2, 0, 0) a lo largo del eje x?
Dato: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Pregunta 4.- Un objeto real está situado 20 cm delante de una lente delgada planoconvexa de 10 dioptrías de potencia e índice de refracción n = 1,6.
a) Calcule el radio de curvatura de la cara esférica de la lente y la posición de la imagen.
b) Si se utiliza la lente anterior como lupa, determine la posición en la que habría que situar el objeto para que la imagen formada fuera virtual y dos veces mayor.

Pregunta 5.- Un haz luminoso monocromático de 400 nm de longitud de onda, incide sobre un material cuyo trabajo de extracción para el efecto fotoeléctrico es de 2,5 eV. Determine:

a) La energía cinética máxima de los electrones extraídos y su longitud de onda de de Broglie. Si el haz incidente tiene una intensidad de $5\cdot10^{-9}$ Wm^{-2}, determine:

b) El número de fotones incidentes por unidad de tiempo y superficie y la energía por unidad de tiempo y de superficie de los electrones emitidos suponiendo que todos ellos salen con la energía cinética máxima.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6\cdot10^{-19}$C; Masa en reposo del electrón, $m_e = 9,1\cdot10^{-31}$ kg; Constante de Planck, $h = 6,63\cdot10^{-34}$ J.s; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ $m.s^{-1}$.

OPCIÓN B

Pregunta 1.-. Unos astrónomos han descubierto un nuevo sistema solar, formado por una estrella de masa $6,0\cdot10^{30}$ kg, que desempeña el papel del sol, y un planeta que gira en torno a ella en una órbita circular, tardando 3 años terrestres en dar una vuelta completa.

a) Determine la distancia a la que se encuentra el planeta del sol.

b) Si en la superficie del planeta la aceleración de la gravedad es 15 $m.s^{-2}$ y la velocidad de escape es de 11,2 $km.s^{-1}$, ¿cuánto valen la masa y el radio del planeta?

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$.

Pregunta 2.- Se mide el nivel de intensidad sonora de una sirena, considerada como foco puntual, a una distancia r alcanzando un valor de 50 dB. Al hacer la medición 5 m más cerca, en dirección radial, el nivel de intensidad medida es de 70 dB. Calcule:

a) El valor de la distancia r.

b) La intensidad de la onda sonora a esa distancia r y la potencia de la sirena.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2}.

Pregunta 3.- Dos cargas puntuales de +10 nC y -10 nC se encuentran situadas en el plano xy en las posiciones (0, -6) µm y (0, 6) µm, respectivamente. Calcule:

a) El campo eléctrico y el potencial en la posición (8, 0) µm.

b) El trabajo realizado por el campo al trasladar una carga de +5 nC desde el punto (8, 0) µm hasta la posición (8, 6) µm

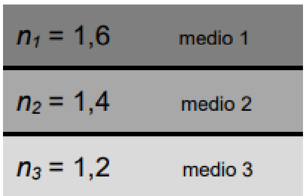
Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^{9}$ $N.m^2.C^{-2}$.

Pregunta 4.- Un rayo de luz monocromático que se propaga por el medio 1 de índice de refracción $n_1 = 1,6$ con una longitud de onda 460 nm, incide sobre la superficie de separación con el medio 2 de índice de refracción $n_2 = 1,4$.

a) Calcule la frecuencia y la longitud de onda de la luz cuando se propaga en el segundo medio.

b) Tras este segundo medio, la luz llega a un tercer medio de índice de refracción $n_3 = 1,2$ (ver figura). Determine el menor ángulo de incidencia del rayo en la superficie de separación entre los medios 1 y 2, para que, al llegar a la superficie de separación entre los medios 2 y 3, se inicie el fenómeno de la reflexión total. Explique en qué consiste este fenómeno.

Dato: Velocidad de luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ $m.s^{-1}$.



Pregunta 5.- Un isótopo radiactivo utilizado en medicina nuclear tiene una vida media de 6 h. Si se inyectara inicialmente a un paciente una cantidad de 1 mg de dicho isótopo:
a) Calcule el periodo de semidesintegración del isótopo y la masa que queda en el paciente al cabo de un día.
b) Defina qué es un becquerel y obtenga la actividad de la muestra a las 24 h.
Datos: Número de Avogadro, N_A = 6,02·10^{23} mol^{-1}; Masa atómica del isótopo, M = 98,90 u.

SOLUCIONES

Pregunta 1.- El satélite UARS se puso en órbita en 1991 para estudiar la entrada y salida de energía en la atmósfera superior. Su masa era de 5800 kg y realizaba 15 órbitas diarias. En 2005, el satélite se quedó sin combustible y dejó de operar. Calcule:
a) La altura sobre la superficie de la Tierra de dicho satélite cuando estaba en órbita.
b) La energía total del satélite cuando estaba en órbita.
Datos: Constante de Gravitación Universal, G=6,67·10^{-11}Nm^2kg^{-2}; Radio de la Tierra, R_T=6371 km; Masa de la Tierra, M_T = 5,97·10^{24} kg.

a) El satélite realiza 15 órbitas diarias, por lo tanto:

$$w=\frac{15\text{ vuelta}}{1\text{ día}}\cdot\frac{1\text{ día}}{24\text{ horas}}\cdot\frac{1\text{ hora}}{3600\text{ segundos}}\cdot\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{ vuelta}}=1,09\cdot10^{-3}\text{ rad/s}$$

Al ser una órbita circular, y teniendo en cuenta la Ley de Gravitación Universal, podemos calcular el radio de la órbita descrita por el satélite igualando la fuerza gravitatoria a la centrípeta:

$$\left.\begin{array}{l} F_c=m\cdot a_c=m\cdot\dfrac{v^2}{r} \\ F_g=G\dfrac{Mm}{r^2}\end{array}\right\} F_c=F_g \Rightarrow \cancel{m}\frac{v^2}{r}=G\frac{M\cancel{m}}{r^2} \Rightarrow v^2=\frac{GM}{r}$$

Como $v=w\cdot r$:

$$r^2=\frac{GM}{r} \Rightarrow r^3=\frac{GM}{w^2} \Rightarrow r^3=\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot5,97\cdot10^{24}}{\left(1,09\cdot10^{-3}\right)^2}=3,346\cdot10^{20} \Rightarrow r=6,94\cdot10^6\text{m}$$

Finalmente calculamos la altura:

$$h=r-R_T=6,94\cdot10^6-7,37\cdot10^6=571701,05\text{ m}=571,7\text{ Km} \quad \boxed{h=571,7\text{ Km}}$$

b) La energía total del satélite cuando está en la órbita viene dada por:

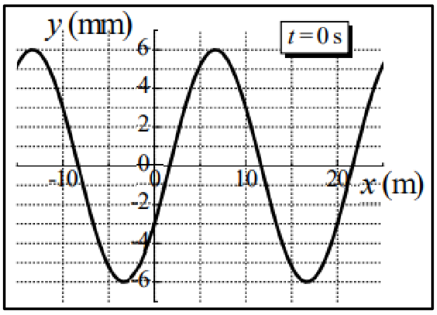
$$E_M=E_c+E_p=-G\frac{mM_T}{r}+\frac{1}{2}mv^2=-G\frac{mM_T}{r}+\frac{1}{2}mG\frac{M_T}{r}=-\frac{GmM_T}{2r}=-\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot5800\cdot5,97\cdot10^{24}}{2\cdot6,94\cdot10^6}$$

$$\boxed{E_M=-1,66\cdot10^{11}\text{ J}}$$

Pregunta 2.- Una onda armónica unidimensional se propaga a lo largo del sentido positivo del eje x con una velocidad de propagación de 1500 m s^{-1}, donde la gráfica adjunta muestra la elongación de la onda para el instante t = 0 s.

a) Determine el número de onda y la frecuencia angular de dicha onda.

b) Obtenga la expresión matemática que represente dicha onda.



a) De la gráfica se obtiene que la longitud de onda (distancia mínima entre puntos de igual fase) es de 20 m.

El número de onda es: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20} = 0{,}1\pi\ m^{-1}$ $\boxed{k = 0{,}1\pi\ m^{-1}}$

La frecuencia se calcula mediante:

$$f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{1500}{20} = 75\ Hz$$

$$v_p = \frac{w}{k} \Rightarrow w = v_p \cdot k = 0{,}1\pi \cdot 1500 = 150\pi\ rad/s \quad \boxed{w = 150\pi\ rad/s}$$

b) Al ser la velocidad de propagación positiva, la ecuación de la onda se puede escribir como:

$$y(x,t) = A \cdot sen(wt - kx + \varphi_0)$$

De la gráfica se obtiene que A = $6 \cdot 10^{-3}$ m.

Para t=0 y x=0, y = -3mm:

$$y(x,t) = A \cdot sen(wt - kx + \varphi_0) \Rightarrow -3 \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot sen(\varphi_0) \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = -\pi/6\ rad \\ \varphi_0 = 7\pi/6\ rad \end{cases}$$

Para elegir entre esos dos valores, tomamos por ejemplo la elongación para x = 5 m:

$$y(5\ m, 0\ s) = 6 \cdot 10^{-3} \cdot sen(150\pi \cdot 0 - 0{,}1\pi \cdot 5 - \pi/6) = -5{,}2 \cdot 10^{-3} m$$

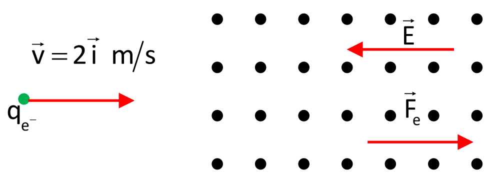
$$y(5\ m, 0\ s) = 6 \cdot 10^{-3} \cdot sen(150\pi \cdot 0 - 0{,}1\pi \cdot 5 + 7\pi/6) = 5{,}2 \cdot 10^{-3} m$$

Según la gráfica, para el valor de x=5m, Y tiene que ser positiva luego: $\varphi_0 = 7\pi/6\ rad$

Por tato, la expresión de la onda es:

$$\boxed{y(x,t) = 6 \cdot 10^{-3} \cdot sen(150\pi \cdot t - 0{,}1\pi \cdot x + 7\pi/6)}$$

Pregunta 3.- Un electrón e⁻, situado inicialmente en el origen de coordenadas, se mueve con una velocidad inicial, $\vec{v}_0 = 2\vec{i}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 3\vec{k}$ T y de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -\vec{i}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$. Determine:
a) La fuerza total sobre el electrón debida a los campos $\vec{B}$ y $\vec{E}$, en el instante inicial.
b) La diferencia de potencial entre los puntos (0, 0, 0) y (2, 0, 0) m, indicando el punto que está a mayor potencial. ¿Qué trabajo realiza la fuerza total que actúa sobre el electrón para desplazarlo desde el origen al punto (2, 0, 0) a lo largo del eje x?
Dato: Valor absoluto de la carga del electrón, e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C.



a) La fuerza magnética es: $\vec{F}_m = q\cdot\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = -1{,}6\cdot10^{-19}\cdot\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 9{,}6\cdot10^{-19}\,\vec{j}$ N

La fuerza eléctrica es: $\vec{F}_e = q\cdot\vec{E} = -1{,}6\cdot10^{-19}\cdot -\vec{i} = 1{,}6\cdot10^{-19}\,\vec{i}$ N

La fuerza total $\vec{F}_{Total} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = 1{,}6\cdot10^{-19}\,\vec{i} + 9{,}6\cdot10^{-19}\,\vec{j}$ N $\boxed{\vec{F}_{Total} = 1{,}6\cdot10^{-19}\,\vec{i} + 9{,}6\cdot10^{-19}\,\vec{j}\ \mathrm{N}}$

b) La diferencia de potencial entre los puntos (0, 0, 0) y (2, 0, 0) m:
En un campo uniforme, la diferencia de potencial entre dos puntos situados a lo largo de la dirección del campo viene dada por: $\Delta V = \left|\vec{E}\right|\cdot d = -1\cdot 2 = 2$ V
El sentido del campo es el de los potenciales decrecientes luego el punto que está a mayor potencial es el (2,0,0)

$$\boxed{\Delta V = V_{(2,0,0)} - V_{(0,0,0)} = 2\ \mathrm{V}}$$

¿Qué trabajo realiza la fuerza total que actúa sobre el electrón para desplazarlo desde el origen al punto (2, 0, 0) a lo largo del eje x?
La fuerza magnética no realiza trabajo ya que la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares.
El trabajo debido a la fuerza eléctrica es:
$W_{(0,0,0)\to(2,0,0)} = -q_{e^-}\left(V_{(0,0,0)} - V_{(2,0,0)}\right) = 1{,}6\cdot10^{-19}\cdot 2 = 3{,}2\cdot10^{-19}$ J $\boxed{W_{(0,0,0)\to(2,0,0)} = 3{,}2\cdot10^{-19}\ \mathrm{J}}$

Pregunta 4.- Un objeto real está situado 20 cm delante de una lente delgada planoconvexa de 10 dioptrías de potencia e índice de refracción n = 1,6.
a) Calcule el radio de curvatura de la cara esférica de la lente y la posición de la imagen.
b) Si se utiliza la lente anterior como lupa, determine la posición en la que habría que situar el objeto para que la imagen formada fuera virtual y dos veces mayor.

a) El radio de curvatura de la cara esférica de la lente:

$$P=\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\Rightarrow 10=(1,6-1)\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{r_2}\right)\Rightarrow \boxed{r_2=-0,06\ m}$$

Si tomásemos $r_2=\infty$ obtendríamos $r_1=0,006\ m$.

Las dos soluciones serían correctas por ser lentes delgadas.

La posición de la imagen:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow \frac{1}{s'}-\frac{1}{-0,2}=\frac{1}{0,01}\Rightarrow \boxed{s'=0,2\ m}$$

b) Si la imagen formada es virtual y dos veces mayor: $A=\frac{s'}{s}=2\Rightarrow s'=2s$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow 2s-\frac{1}{s}=\frac{1}{0,01}\Rightarrow \boxed{s=-0,05\ m}$$

Pregunta 5.- Un haz luminoso monocromático de 400 nm de longitud de onda, incide sobre un material cuyo trabajo de extracción para el efecto fotoeléctrico es de 2,5 eV. Determine:
a) La energía cinética máxima de los electrones extraídos y su longitud de onda de de Broglie.
Si el haz incidente tiene una intensidad de $5\cdot10^{-9}$ Wm^{-2}, determine:
b) El número de fotones incidentes por unidad de tiempo y superficie y la energía por unidad de tiempo y de superficie de los electrones emitidos suponiendo que todos ellos salen con la energía cinética máxima.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = $1,6\cdot10^{-19}$C; Masa en reposo del electrón, m_e = $9,1\cdot10^{-31}$ kg; Constante de Planck, h = $6,63\cdot10^{-34}$ J.s; Velocidad de la luz en el vacío, c =$3\cdot10^{8}$ $m.s^{-1}$.

a) Efecto fotoeléctrico: $E_{Luz}=E_{umbral}+E_c$

$$E_c=E_{Luz}-E_{umbral}=\frac{h\cdot c}{\lambda}-E_{umbral}=\frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{400\cdot10^{-9}}-2,51\cdot10^{-19}=9,725\cdot10^{-20}\,J$$

$$\boxed{E_c=9,725\cdot10^{-20}\,J}$$

La longitud de onda de De Broglie: $\lambda=\frac{h}{p}$

Para obtener la cantidad de movimiento sabemos:

$$\left.\begin{array}{l}E_c=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m}}\\ p=m\cdot v\end{array}\right\}p=m\cdot\sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m}}=\sqrt{2\cdot E_c\cdot m}$$

Por lo que: $\lambda=\frac{h}{\sqrt{2\cdot m\cdot E_c}}=\frac{6,63\cdot10^{-34}}{\sqrt{2\cdot9,1\cdot10^{-31}\cdot9,725\cdot10^{-20}}}=1,583\cdot10^{-9}m$

b) El número de fotones incidentes por unidad de tiempo y superficie es:

$$\left.\begin{array}{l} P = I\cdot S \quad \text{Tomando } S = 1m^2:\ P = I \\ P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{E}{t} \quad \text{Tomando } t = 1s:\ P = E \end{array}\right\} I = E = n_e\cdot E_e \Rightarrow n_e = \frac{I}{E_e} = \frac{I}{h\cdot c/\lambda} = \frac{I\cdot\lambda}{h\cdot c}$$

$$n_e = \frac{I\cdot\lambda}{h\cdot c} = \frac{5\cdot 10^{-9}\cdot 400\cdot 10^{-9}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}} = 1{,}005\cdot 10^{10} \quad \boxed{n_e = 1{,}005\cdot 10^{10}\ \text{fotones}\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}}$$

Suponiendo que cada fotón incidente extrae un electrón del metal, la energía por unidad de tiempo y superficie de los electrones emitidos es:

$$I_e = n_e\cdot E_e = 1{,}005\cdot 10^{10}\cdot 9{,}725\cdot 10^{-20} = 9{,}78\cdot 10^{-10}\ Jm^{-2}s^{-1} \quad \boxed{I_e = 9{,}78\cdot 10^{-10}\ Jm^{-2}s^{-1}}$$

Pregunta 1.-. Unos astrónomos han descubierto un nuevo sistema solar, formado por una estrella de masa $6{,}0\cdot 10^{30}$ kg, que desempeña el papel del sol, y un planeta que gira en torno a ella en una órbita circular, tardando 3 años terrestres en dar una vuelta completa.
a) Determine la distancia a la que se encuentra el planeta del sol.
b) Si en la superficie del planeta la aceleración de la gravedad es 15 $m.s^{-2}$ y la velocidad de escape es de 11,2 $km.s^{-1}$, ¿cuánto valen la masa y el radio del planeta?
Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$.

a) Para que la trayectoria del planeta sea circular en torno al sol debe cumplirse:

$$\left.\begin{array}{l} F_g = G\dfrac{M_sM_p}{R_p^{\,2}} \\ F_c = M_p\dfrac{v^2}{R_p} \end{array}\right\} G\frac{M_sM_p}{R_p^{\,2}} = M_p\frac{v^2}{R_p} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_s}{R_p}}$$

Por otro lado, como la velocidad de giro es constante: $v = \dfrac{2\pi R_p}{T}$

Por lo que:

$$\left.\begin{array}{l} v = \sqrt{\dfrac{GM_s}{R_p}} \\ v = \dfrac{2\pi R_p}{T} \end{array}\right\} \sqrt{\frac{GM_s}{R_p}} = \frac{2\pi R_p}{T} \Rightarrow \frac{GM_s}{R_p} = \frac{4\pi^2 R_p^{\,2}}{T^2} \Rightarrow R_p = \sqrt[3]{\frac{GM_sT^2}{4\pi^2}}$$

$$R_p = \sqrt[3]{\frac{GM_sT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{30}\cdot (3\cdot 365\cdot 24\cdot 3600)^2}{4\pi^2}} = 449356{,}49\cdot 10^{6}\ m$$

$$\boxed{R_p = 449{,}36\cdot 10^{6}\ Km}$$

b) Sabemos que la aceleración en la superficie del planeta está dada por la expresión: $g=\frac{GM_p}{R_p^2}$

Por otro lado, la velocidad de escape en la superficie del planeta se obtiene haciendo que la energía mecánica de un objeto en su superficie sea cero:

$$\frac{1}{2}m\cdot v^2-G\frac{mM_p}{R_p}=0 \Rightarrow v^2=\frac{2GM_p}{R_p}$$

Combinando ambas expresiones:

$$\left.\begin{array}{l} g=\dfrac{GM_p}{R_p^2} \\ v^2=\dfrac{2GM_p}{R_p}\end{array}\right\} \frac{g}{v^2}=\frac{\dfrac{GM_p}{R_p^2}}{\dfrac{2GM_p}{R_p}}=\frac{1}{2R_p} \Rightarrow R_p=\frac{v^2}{2g}=\frac{\left(11,2\cdot 10^3\right)^2}{2\cdot 15}=4,18\cdot 10^6\,\text{m} \quad \boxed{R_p=4,18\cdot 10^6\,\text{m}}$$

Por otro lado, a partir de la expresión de la aceleración de la gravedad:

$$g=\frac{GM_p}{R_p^2} \Rightarrow M_p=\frac{gR_p^2}{G}=\frac{15\left(4,18\cdot 10^6\right)^2}{6,67\cdot 10^{-11}}=3,93\cdot 10^{24}\,\text{Kg} \quad \boxed{M_p=3,93\cdot 10^{24}\,\text{Kg}}$$

Pregunta 2.- Se mide el nivel de intensidad sonora de una sirena, considerada como foco puntual, a una distancia r alcanzando un valor de 50 dB. Al hacer la medición 5 m más cerca, en dirección radial, el nivel de intensidad medida es de 70 dB. Calcule:
a) El valor de la distancia r.
b) La intensidad de la onda sonora a esa distancia r y la potencia de la sirena.
Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0=10^{-12}$ Wm^{-2}.

a) El nivel de intensidad sonora en las dos posiciones:

$$\left.\begin{array}{l} \beta_1=10\log\dfrac{I_1}{I_0} \Rightarrow \dfrac{I_1}{I_0}=10^{\beta_1/10} \\ \beta_2=10\log\dfrac{I_2}{I_0} \Rightarrow \dfrac{I_2}{I_0}=10^{\beta_2/10}\end{array}\right\} \frac{I_1}{I_2}=\frac{10^{\beta_1/10}}{10^{\beta_2/10}}=10^{(\beta_1-\beta_2)/10}$$

como la potencia es: $P=I\cdot S \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} P=I_1\cdot 4\cdot\pi\cdot r_1^2 \\ P=I_2\cdot 4\cdot\pi\cdot r_2^2\end{array}\right\} I_1\cdot 4\cdot\pi\cdot r_1^2=I_2\cdot 4\cdot\pi\cdot r_2^2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}$

igualando las dos expresiones anteriores:

$$10^{(\beta_1-\beta_2)/10}=\frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow 10^{(50-70)/10}=\frac{(r_1-5)^2}{r_1^2} \Rightarrow \boxed{r_1=5,55\text{ m}}$$

b) La intensidad de la onda y la potencia:

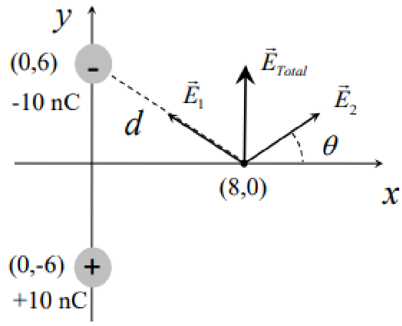
$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 50=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow I=10^5\cdot I_0=10^5\cdot 10^{-12}=10^{-7}\,\text{Wm}^{-2}$$

$$P=I\cdot S=I\cdot 4\cdot\pi\cdot r^2=10^{-7}\cdot 4\cdot\pi\cdot 5,55^2=3,87\cdot 10^{-5}\,\text{W} \quad \boxed{P=3,87\cdot 10^{-5}\,\text{W}}$$

academia@abitaulapinar.com
www.abitaulapinar.com
C/ Jazmín, 29 (Pinar de Chamartín)
91.056.80.48 / 622.92.94.25

Pregunta 3.- Dos cargas puntuales de +10 nC y -10 nC se encuentran situadas en el plano xy en las posiciones (0, -6) μm y (0, 6) μm, respectivamente. Calcule:
a) El campo eléctrico y el potencial en la posición (8, 0) μm.
b) El trabajo realizado por el campo al trasladar una carga de +5 nC desde el punto (8, 0) μm hasta la posición (8, 6) μm
Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^9$ N.m^2.C^{-2}.

a) Campo eléctrico en el punto $\left(8\cdot10^{-6},0\right)$:



$$\left|\vec{E}_1\right| = K\frac{q_1}{d_1^{\,2}} = 9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-9}}{\left(10\cdot10^{-6}\right)^2} = 9\cdot10^{11}\ NC^{-1}\begin{cases}\vec{E}_{1x} = -9\cdot10^{11}\cos\alpha\ \vec{i} = -9\cdot10^{11}\dfrac{8}{10}\ \vec{i} = -7{,}2\cdot10^{11}\ \vec{i}\ NC^{-1}\\ \vec{E}_{1y} = 9\cdot10^{11}\operatorname{sen}\alpha\,\vec{j} = 9\cdot10^{11}\dfrac{6}{10}\ \vec{j} = 5{,}4\cdot10^{11}\ \vec{j}\ NC^{-1}\end{cases}$$

$$\left|\vec{E}_2\right| = K\frac{q_2}{d_2^{\,2}} = 9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-9}}{\left(10\cdot10^{-6}\right)^2} = 9\cdot10^{11}\ NC^{-1}\begin{cases}\vec{E}_{2x} = 9\cdot10^{11}\cos\alpha\,\vec{i} = 9\cdot10^{11}\dfrac{8}{10}\ \vec{i} = 7{,}2\cdot10^{11}\ \vec{i}\ NC^{-1}\\ \vec{E}_{2y} = 9\cdot10^{11}\operatorname{sen}\alpha\ \vec{j} = 9\cdot10^{11}\dfrac{6}{10}\ \vec{j} = 5{,}4\cdot10^{11}\ \vec{j}\ NC^{-1}\end{cases}$$

$$d_1 = d_2 = \sqrt{c^2+c^2} = \sqrt{\left(8\cdot10^{-6}\right)^2+\left(6\cdot10^{-6}\right)^2} = 10\cdot10^{-6}\ m$$

El campo total es: $\vec{E}_T = \vec{E}_1+\vec{E}_2 = 2\cdot5{,}4\cdot10^{11}\vec{j}\ NC^{-1} = 1{,}08\cdot10^{12}\vec{j}\ NC^{-1}$ $\boxed{\vec{E}_T = 1{,}08\cdot10^{12}\vec{j}\ NC^{-1}}$

El potencial creado por las cargas en $\left(8\cdot10^{-6},0\right)$

$$V\left(8\cdot10^{-6},0\right) = K\left(\frac{q_1}{d}+\frac{q_2}{d}\right) = 9\cdot10^9\left(\frac{-10\cdot10^{-9}}{10\cdot10^{-6}}+\frac{10\cdot10^{-9}}{10\cdot10^{-6}}\right) = 0\ V \quad \boxed{V\left(8\cdot10^{-6},0\right) = 0\ V}$$

b) El potencial creado por las cargas en $\left(8\cdot10^{-6},6\cdot10^{-6}\right)$

$$d_1 = \sqrt{c^2+c^2} = \sqrt{\left(8\cdot10^{-6}\right)^2+\left(12\cdot10^{-6}\right)^2} = 14{,}4\cdot10^{-6}\ m$$
$$d_2 = 8\cdot10^{-6}\ m$$

$$V\left(8\cdot10^{-6},6\cdot10^{-6}\right)=K\left(\frac{q_1}{d_1}+\frac{q_2}{d_2}\right)=9\cdot10^{9}\left(\frac{-10\cdot10^{-9}}{14,4\cdot10^{-6}}+\frac{10\cdot10^{-9}}{8\cdot10^{-6}}\right)=-5,04\cdot10^{6}\ V$$

$$\boxed{V\left(8\cdot10^{-6},6\cdot10^{-6}\right)=-5,04\cdot10^{6}\ V}$$

El trabajo necesario para trasladar la carga de +5 nC:

$$W=q\cdot\left[V\left(8\cdot10^{-6},0\right)-V\left(8\cdot10^{-6},6\cdot10^{-6}\right)\right]=5\cdot10^{-9}\left(0+5,04\cdot10^{6}\right)=0,025\ J \quad \boxed{W=0,025\ J}$$

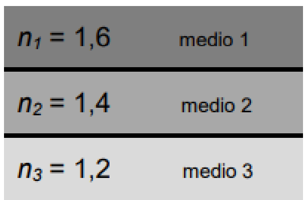
El trabajo es positivo por lo que lo realizan las fuerzas del campo.

Pregunta 4.- Un rayo de luz monocromático que se propaga por el medio 1 de índice de refracción n_1 = 1,6 con una longitud de onda 460 nm, incide sobre la superficie de separación con el medio 2 de índice de refracción n_2 = 1,4.

a) Calcule la frecuencia y la longitud de onda de la luz cuando se propaga en el segundo medio.

b) Tras este segundo medio, la luz llega a un tercer medio de índice de refracción n_3 = 1,2 (ver figura). Determine el menor ángulo de incidencia del rayo en la superficie de separación entre los medios 1 y 2, para que, al llegar a la superficie de separación entre los medios 2 y 3, se inicie el fenómeno de la reflexión total. Explique en qué consiste este fenómeno.

Dato: Velocidad de luz en el vacío, c =3·10^8 m.s^{-1}.



a) Frecuencia de la luz en el segundo medio:

La frecuencia no varía al cambiar la luz de medio. Por tanto, $f_2 = f_1 = f$.

Calculamos la frecuencia de la luz en el primer medio con la longitud de onda en este medio y su índice de refracción.

$$\left.\begin{array}{l} n_1=\dfrac{c}{v_1}\Rightarrow v_1=\dfrac{c}{n_1} \\ v_1=\lambda_1\cdot f \end{array}\right\} f=\frac{c}{n_1\cdot\lambda_1}=\frac{3\cdot10^{8}}{1,64\cdot4,6\cdot10^{-7}}=4,08\cdot10^{14}s^{-1} \quad \boxed{f=4,08\cdot10^{14}s^{-1}}$$

La longitud de onda en el segundo medio:

$$\left.\begin{array}{l} n_2=\dfrac{c}{v_2}\Rightarrow v_2=\dfrac{c}{n_2} \\ v_2=\lambda_2\cdot f \end{array}\right\} \lambda_2=\frac{c}{n_2\cdot f}=\frac{3\cdot10^{8}}{1,4\cdot4,08\cdot10^{14}}=5,26\cdot10^{-7}m \quad \boxed{\lambda_2=5,26\cdot10^{-7}m}$$

b) Utilizamos la ley de Snell en la separación entre las dos superficies, teniendo en cuenta que el ángulo de refracción es 90^0:

$$n_2 sen\hat{i} = n_3 sen\hat{r} \;\Rightarrow\; n_2 sen\hat{i} = n_3 \cdot sen90^0 \;\Rightarrow\; sen\hat{i} = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1,2}{1,4} \;\Rightarrow\; \hat{i} = 58,99^0$$

Determinamos el ángulo de incidencia en el medio 1 que da lugar a un ángulo de refracción en el medio 2 igual al ángulo límite anterior.

$$n_1 sen\hat{i} = n_1 sen\hat{r} \;\Rightarrow\; 1,6 \cdot sen\hat{i} = 1,4 \cdot sen58,99^0 \;\Rightarrow\; \hat{i} = 48,59^0 \quad \boxed{\hat{i} = 48,59^0}$$

Pregunta 5.- Un isótopo radiactivo utilizado en medicina nuclear tiene una vida media de 6 h. Si se inyectara inicialmente a un paciente una cantidad de 1 mg de dicho isótopo:
a) Calcule el periodo de semidesintegración del isótopo y la masa que queda en el paciente al cabo de un día.
b) Defina qué es un becquerel y obtenga la actividad de la muestra a las 24 h.
Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; Masa atómica del isótopo, M = 98,90 u.

a)

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{6 \cdot 3600} = 4,63 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{4,63 \cdot 10^{-5}} = 1,5 \cdot 10^4\ s$$

$$\boxed{t_{1/2} = 1,5 \cdot 10^4\ s}$$

La masa que queda en el paciente al cabo de un día es:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} = 10^{-3} \cdot e^{-(4,63 \cdot 10^{-5} \cdot 3600) \cdot 24} = 10^{-3} \cdot e^{-4} = 1,83 \cdot 10^{-5} g \quad \boxed{m = 1,83 \cdot 10^{-5} g}$$

b) En el Sistema Internacional de Unidades, la unidad con que se mide la actividad es el becquerel, de símbolo Bq. Un becquerel es la actividad de una muestra radiactiva, en la que se produce una desintegración nuclear por segundo.
La actividad de una muestra mide el número de átomos que se desintegran por unidad de tiempo y se calcula a partir de la constante radiactiva.

$$N_{(24h)} = \frac{1,83 \cdot 10^{-5}}{98,9} \frac{g}{g/mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{átomos}}{mol} = 1,11 \cdot 10^{17}\,\text{átomos}$$

$$A_{(24h)} = \lambda \cdot N_{(24h)} = 4,63 \cdot 10^{-5} \cdot 1,11 \cdot 10^{17} = 5,16 \cdot 10^{12} Bq \quad \boxed{A_{(24h)} = 5,16 \cdot 10^{12} Bq}$$