# PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES



- El determinante de una matriz A y el de su traspuesta $A^t$ son iguales:

$$\boxed{|A|=|A^t|}$$

$$\text{Ejemplo: } |A|=\begin{vmatrix}2&3&0\\3&2&7\\2&1&6\end{vmatrix}=-2 \Rightarrow |A^t|=\begin{vmatrix}2&3&2\\3&2&1\\0&7&6\end{vmatrix}=-2$$

- El determinante de un producto es igual al producto de los determinantes.

$$\boxed{|A\cdot B|=|A|\cdot|B|}$$

- Si se multiplica un determinante por un número real, queda multiplicado por dicho número cualquier línea, pero sólo una.

$$\text{Ejemplo: } 2\cdot\begin{vmatrix}2&1&2\\1&2&0\\3&5&6\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2\cdot2&1&2\\1\cdot2&2&0\\3\cdot2&5&6\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}4&1&2\\2&2&0\\6&5&6\end{vmatrix}$$

- $|A|=0$ si:
  - Posee dos líneas iguales.

$$\text{Ejemplo: } |A|=\begin{vmatrix}2&3&0\\3&2&7\\2&3&0\end{vmatrix}=0$$

  - Posee dos líneas proporcionales.

$$\text{Ejemplo: } |A|=\begin{vmatrix}2&4&0\\3&6&7\\2&4&0\end{vmatrix}=0$$

  - Todos los elementos de una línea son nulos.

$$\text{Ejemplo: } |A|=\begin{vmatrix}2&3&0\\3&2&0\\2&4&0\end{vmatrix}=0$$

  - Los elementos de una línea son combinación lineal de las otras.

$$\text{Ejemplo: } |A|=\begin{vmatrix}2&3&2\\1&2&4\\3&5&6\end{vmatrix}=0 \quad (F_3=F_1+F_2)$$

- Si en un determinante se cambian entre sí dos líneas paralelas su determinante cambia de signo.

$$\text{Ejemplo: } \begin{vmatrix}2&3&2\\1&2&4\\3&7&6\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}1&2&4\\2&3&2\\3&7&6\end{vmatrix}$$

- Si a los elementos de una línea se le suman los elementos de otra paralela multiplicados previamente por un nº real el valor del determinante no varía.

Ejemplo: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 16 \quad (C_3 = 2C_1 + C_2 + C_3) \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 17 \end{vmatrix} = 16$

Ojo: $|A| = -2$ Si $F_1 = F_1 + 2 \cdot F_2 \Rightarrow |A| = 2$ Pero si $F_2 = 3 \cdot F_2 + 2 \cdot F_1 \Rightarrow |A| = 3(-2) = 6$

- Si todos los elementos de una fila o columna están formados por dos sumandos, dicho determinante se descompone en la suma de dos determinantes.

Ejemplo: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ a+b & c+d & e+f \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ a & c & e \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ b & d & f \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix}$

- Un determinante triangular es igual al producto de los elementos de la diagonal principal.

Ejemplo: $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$

- Otras propiedades a tener en cuenta:
  - $\boxed{|A| = |A^t|}$
  - $\boxed{|\lambda A| = \lambda^n |A|}$ Donde n es el orden de la matriz.
  - $\boxed{|A \cdot B| = |A| \cdot |B|}$ $\boxed{|A^n| = |A|^n}$
  - $\boxed{|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}}$





academia@abitaulapinar.com
www.abitaulapinar.com
abitaulapinar.com
C/ Jazmín, 29 (Pinar de Chamartín)
91.056.80.48 / 622.92.94.25