COMPLEJOS

P(a, b): **afijo** $m=|z|=\sqrt{a^2+b^2}$: **módulo** α: **argumento** $\text{tg}\ \alpha=\dfrac{b}{a}$

Propiedades de los módulos de números complejos:

- $|z|=0 \Leftrightarrow z=0$
- $|-z|=|z|$ • $|\overline{z}|=|z|$
- $|z+w|\leq|z|+|w|$
- $|z-w|\geq|z|-|w|$
- $|z\cdot w|=|z|\cdot|w|$
- $|z^n|=|z|^n$
- $\left|\dfrac{z}{w}\right|=\dfrac{|z|}{|w|}$

Formas de un número complejo:

♣ Forma real o cartesiana: $z=(a,b)$

♣ Forma binómica: $z=a+bi$

♣ Forma trigonométrica: $z=m(\cos\alpha + i\cdot \text{sen}\alpha)$

♣ Forma polar: $z=(m,\alpha)=m_\alpha \Rightarrow \quad m=\sqrt{a^2+b^2} \quad \alpha=\text{arctg}(b/a)$

Número complejo conjugado y opuesto:

A partir de un número complejo z = a + bi, se definen los siguientes:

El conjugado de z es $\overline{z}$ = a – bi (la parte real es igual y la parte imaginaria es opuesta)

El opuesto de z es – z = – a – bi (la parte real y la parte imaginaria son opuestas)

$$z=m_\alpha \Rightarrow \begin{cases} \overline{z}=m_{-\alpha} \\ -z=m_\varphi \quad \text{Siendo } \varphi=\alpha+(2k+1)\pi \end{cases}$$

Operaciones con complejos:

♣ Adición (suma) y diferencia (resta):

- $(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)$ • $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$
- $(a,b)-(c,d)=(a-c,b-d)$ • $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$

♣ Producto (multiplicación):

• En forma binómica o cartesiana:

- $(a,b)\cdot(c,d)=(ac-bd,\ ad+bc)$ • $(a+bi)\cdot(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

• Si tenemos el módulo y el argumento la multiplicación se realiza multiplicando los módulos y sumando los argumentos:

- $m(\cos\alpha+i\cdot\text{sen}\alpha)\cdot m'(\cos\beta+i\cdot\text{sen}\beta)=m\cdot m'\left[\cos(\alpha+\beta)+i\cdot\text{sen}(\alpha+\beta)\right]$
- $m_\alpha\cdot m'_\beta=m\cdot m'_{\alpha+\beta}$

academia@abitaulapinar.com
www.abitaulapinar.com
abitaulapinar.com
C/ Jazmín, 29 (Pinar de Chamartín)
91.056.80.48 / 622.92.94.25

♣ **Cociente (División):**

• Para efectuar el cociente en forma real o binómico se multiplica el numerador y el denominador por el conjugado del denominador; es decir:

- $(a+bi):(c+di)=\dfrac{(a+bi)}{(c+di)}=\dfrac{(a+bi)\cdot(c-di)}{(c+di)\cdot(c-di)}=\dfrac{(a+bi)\cdot(c-di)}{c^2+d^2}$

• Si tenemos el módulo y el argumento la división se realiza dividiendo los módulos y restando los argumentos:

- $m(\cos\alpha+i\cdot \text{sen}\alpha):m'(\cos\beta+i\cdot\text{sen}\beta)=\dfrac{m}{m'}\left[\cos(\alpha-\beta)+i\cdot\text{sen}(\alpha-\beta)\right]$
- $m_\alpha : m'_\beta=(m/m')_{\alpha-\beta}$

Potencias de la unidad imaginaria:

Calcularemos primero las potencias de i:

$i^0=1$	$i^4=i^3\cdot i=-i\cdot i=-i^2=-(-1)=1$
$i^1=i$	$i^5=i^4\cdot i=i$
$i^2=-1$	$i^6=i^5\cdot i=i\cdot i=i^2=-1$
$i^3=i^2\cdot i=-1\cdot i=-i$	$i^7=i^6\cdot i=-1\cdot i=-i$

Vemos que se repite cada 4 potencias, es decir tiene un ciclo de 4. Por tanto, cualquier exponente lo podremos escribir de la forma $n=4c+r$ y entonces se cumple:

$i^n=i^{4c+r}=i^{4c}\cdot i^r$, como $i^{4c}=1$ tenemos que: $i^n=i^r$

Siendo r el resto de la división: $n/4$

Potencia de un número complejo:

♣ **Forma binómica:** $z^n=(a+bi)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}(bi)+\ldots+\binom{n}{n}(bi)^n$

♣ **Forma trigonométrica:**

Fórmula de Moivre: $z^n=\left[m(\cos\alpha+i\text{sen}\alpha)\right]^n=m^n\left[\cos(n\alpha)+i\cdot\text{sen}(n\alpha)\right]$

♣ **Forma polar:** $z^n=(m_\alpha)^n=m^n_{n\alpha}$

Raiz enésima de un número complejo:

$$\sqrt[n]{m_\alpha}=\sqrt[n]{m}_{\frac{\alpha+2k\pi}{n}}$$

Dándole a k los valores desde el cero hasta k=n-1 se obtienen las n raíces.